

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
 Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
 Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
 www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

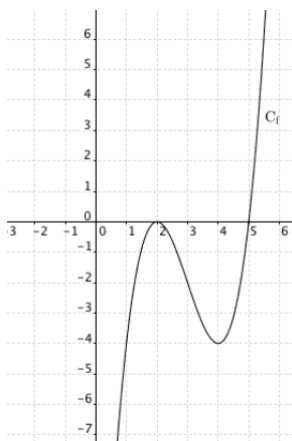
17/9/2022

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f καλείται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **(2 μονάδες)**

A2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f : A \rightarrow R, g : B \rightarrow R$. Να ορίσετε τη σύνθεση της f με τη g και να γράψετε το πεδίο ορισμού της. **(4 μονάδες)**

A3. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



1. Να υπολογίσετε τα όρια, αν υπάρχουν

i) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)}$ iii) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ iv) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)}$

(1-2-1-2 μονάδες)

2. Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης **(3 μονάδες)**

A4. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις ως σωστές ή λάθος

1. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right) = 1$.
2. Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα σημείο
3. Αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} έχουν κοινά σημεία, τότε αυτά θα είναι πάνω στην $y = x$.
4. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f μπορεί να τέμνει τον $x'x$ σε περισσότερα από ένα σημεία
5. Δίνεται συνάρτηση $f : R \rightarrow [-4, 6]$. Τότε το 0 ανήκει στο σύνολο τιμών της.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 1 + \ln(x-1)$ και $g(x) = e^x$.

B1. Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$. **(5 μονάδες)**

B2. Να βρείτε συνάρτηση φ , για την οποία ισχύει $\varphi(g(x)) = e^x + x - 1, x \in R$. **(7 μονάδες)**

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνεται ότι $\varphi(x) = x + \ln x - 1$.

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



- B3.** Να βρείτε τις τιμές του x , για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης φ βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = x$. (7 μονάδες)
- B4.** Να λύσετε την εξίσωση $\varphi(x) + \varphi\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ (6 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(2, 6)$ και $B(4, 3)$.

- Γ1.** Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης και να εξηγήσετε γιατί αντιστρέφεται. (5 μονάδες)
- Γ2.** Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης f^{-1} . (3 μονάδες)
- Γ3.** Να λύσετε την εξίσωση $f\left(f^{-1}\left(6e^x + 3x^5\right) + 2\right) = 3$. (10 μονάδες)
- Γ4.** Να λύσετε την ανίσωση $f^{-1}\left(f\left(x^2 - x\right) - 3\right) < 4$. (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{e^{2t} + (x+1)e^{x+t} + 1} - e^t \right) = \frac{(x+1)}{2} \left[-(x-1)^8 + f(x) \right] \text{ για κάθε } x \neq -1 \text{ και } f(-1) = e^{-1} + 2^8.$$

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι $f(x) = e^x + (x-1)^8$. (7 μονάδες)
- Δ2.** Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 + 2) - f(|x| + 4) < 0$. (7 μονάδες)
- Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(f(x) + e^{-x} + \eta\mu x \right)$. (5 μονάδες)
- Δ4.** Να υπολογίσετε τα όρια

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^5(x) - 3f^2(x) + 4}{-2f^3(x) + f(x) + 1}$ ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{f(x)} \right)$. (6 μονάδες)