

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ (Άλγεβρα)

(Ημερομηνία : 17/1/2021)

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Πότε μια συνάρτηση λέγεται περιοδική . (3 μονάδες)

**A2.** Να αποδειχθούν οι τριγωνομετρικές ταυτότητες

1.  $\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$

2.  $\sigma\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}$

3.  $\sigma\phi x \cdot \epsilon\phi x = 1$

(3x4 μονάδες)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Για κάθε  $x$  πραγματικό ισχύει  $\eta\mu(x - \pi) = -\eta\mu x$

2. Για κάθε  $x$  πραγματικό ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

3. Η συνάρτηση  $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu(3x + 4)$  έχει περίοδο  $T = \frac{2\pi}{3}$ .

4. Οι εξισώσεις  $\eta\mu x = 1$  και  $\sigma\upsilon\nu x = 0$  έχουν τις ίδιες πραγματικές ρίζες.

5. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \epsilon\phi x$  είναι μια άρτια συνάρτηση. (5x2 μονάδες)

### ΘΕΜΑ Β

**B1 . α).** Να αποδειχθεί η παράσταση:  $\frac{\eta\mu(24\pi+\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(37\pi-\varphi)}{\sigma\phi\left(\frac{17\pi}{2}+\varphi\right)\cdot\sigma\phi(\pi+\varphi)} = \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$  (5 μονάδες)

**β).** Να αποδειχθεί η παράσταση  $\frac{-\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}{1+\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)} = \frac{\eta\mu(\pi+\theta)-1}{\sigma\upsilon\nu(\pi-\theta)}$  (5 μονάδες)

**B2.** Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

1.  $\eta\mu(2x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$

2.  $2\eta\mu^2(2x) + 5\eta\mu(2x) - 3 = 0$

3.  $\epsilon\phi(2x) = \sigma\phi\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$  όταν  $x \in (0, \pi)$

(15 μονάδες)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



### ΘΕΜΑ Γ

Έστω η πραγματική συνάρτηση  $f(x) = -a \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + \beta$  με  $x \in \mathbb{R}$  και  $\alpha, \beta$  πραγματικούς αριθμούς.

1. Αν  $f(0) = 2$  και  $f(\pi) = 3 - \sqrt{3}$  να βρεθούν οι πραγματικοί  $\alpha, \beta$ .
2. Αν  $\alpha=2$  και  $\beta=3$  τότε να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι περιοδική με περίοδο  $4\pi$
3. Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης, καθώς και τα σημεία της όπου έχει τη μέγιστη τιμή της.
4. Να βρεθούν τα κοινά σημεία της  $C_f$  με την ευθεία  $y=2$ .
5. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησής  $g(x) = f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ . (5x5 μονάδες)

### ΘΕΜΑ Δ

Έστω η πραγματική συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  όπου ισχύει  $3f(x) + f(-x) = 2\eta\mu(\pi x)$  με  $x \in \mathbb{R}$

1. Να βρεθεί η τιμή  $f(0)$  και να αποδείξουμε ότι η συνάρτηση είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
2. Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης  $f$ .
3. Αν  $f(x) = \eta\mu(\pi x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  να βρεθούν τα κοινά της σημεία με τη συνάρτηση  $h(x) = 1 + \left|x - \frac{1}{2}\right|$ .
4. Να λυθεί το σύστημα  $\begin{cases} f^2(x) + f^2(y) = 1 \\ f(x) = f(y) \end{cases}$  όταν  $x, y \in [0,1]$ .

( 8 – 5 – 4 – 8 Μονάδες)