Παρατηρήσεις

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

10/02/2018

ΖΗΤΗΜΑ Α

Α2) i) ΒΓΔ σελ 88 π.χ 1 ii) ΒΓΔ σελ 97 π.χ 1 iii) ΒΓΔ σελ 97 1

Α3) ΒΓΔ σελ 125 π.χ 1 ii) ΒΓΔ σελ 127 π.χ 8

iii) $|x+1|<4 \Leftrightarrow -4<x+1<4 \Leftrightarrow -5<x<3$

Α4) i) Σ ii) Λ iii) Λ

ΖΗΤΗΜΑ Β

Β1) i) $x^2-(\alpha+3)x+\alpha^2+3=0$ αφού έχει ρίζα το 2

$2^2-(\alpha+3)\cdot 2+\alpha^2+3=0 \Leftrightarrow 4-2\alpha-6+\alpha^2+3=0 \Leftrightarrow$

$\alpha^2-2\alpha+1=0 \Leftrightarrow (\alpha-1)^2=0 \Leftrightarrow \alpha=1$

ii) $x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=0 \Leftrightarrow x=2.$

Β2) ΒΓΔ σελ 128 π.χ 10

Β3) ΒΓΔ σελ 133 π.χ 4

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1) $2x^2-6x+1=0$

i) $\Delta=36-8=28>0$ άρα 2 ρίζες πραγματικές κι άνισες

ii) $x_1+x_2=3$ β) $x_1 x_2=1/2$ γ) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=8$

δ) $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{3}{1/2}=6$ ε) $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{8}{1/2}=16$

στ) $x_1^2x_2+x_1x_2^2=x_1x_2(x_1+x_2)=\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{3}{2}$

iii) $S=2x_1+2x_2=2(x_1+x_2)=6$, $P=2x_1\cdot 2x_2=4x_1x_2=2$

$x^2-Sx+P=0 \Leftrightarrow$

$x^2-6x+2=0.$

Γ2) $|x|^2-3|x|-4<0$

ΒΓΔ σελ 133 π.χ 5

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δ1) $f(x)=(\lambda-1)x^2-2\lambda x-\lambda+6$

i) Για να έχει μια μόνο ρίζα πρέπει να είναι α' βαθμού, άρα

$\lambda-1=0 \Leftrightarrow \lambda=1$

Για $\lambda=1$: $-2x+5=0 \Leftrightarrow x=5/2$

ii) Για $\lambda\neq1$

$\Delta=4\lambda^2-4(\lambda-1)(-\lambda+6)=4\lambda^2-4(-\lambda^2+6\lambda+\lambda-6)=$

$=4\lambda^2+4\lambda^2-28\lambda+24=8\lambda^2-28\lambda+24=4(2\lambda^2-7\lambda+6)$

πρέπει $\Delta>0 \Leftrightarrow 2\lambda^2-7\lambda+6>0$

$\Delta'=49-48=1$

$\lambda_{1,2}=\frac{7\pm1}{4}$ ↦ 2, ↳ $6/4=3/2$

	$3/2$		2	
+	|	−	|	+

άρα $\lambda<3/2$ ή $\lambda>2$

iii) Πρέπει $\Delta<0$ και $\lambda-1<0$ άρα

$\lambda\in(3/2,2)$ και $\lambda<1$ άρα

Δ2)

	ρ_1		ρ_2	
−	|	+	|	−

Αφού $\alpha x^2+\beta x+\gamma>0$ για $x\in(\rho_1,\rho_2)$ τότε $\alpha<0$ επειδή εντός των ριζών το τριώνυμο είναι ετερόσημο του α

Τότε, αφού ρίζες ετερόσημες $P<0 \Leftrightarrow \frac{\gamma}{\alpha}<0 \overset{\alpha<0}{\Longleftrightarrow} \gamma>0$.