

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 30 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να δώσετε τους παρακάτω ορισμούς:

- i) Πότε δυο μη μηδενικά διανύσματα λέγονται αντίρροπα; (1μ.)
- ii) Τι ονομάζουμε διεύθυνση ενός διανύσματος; (1μ.)
- iii) Πότε δύο μη μηδενικά διανύσματα λέγονται ίσα; (1μ.)

B) Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και έστω Ο το σημείο τομής των ΑΓ και ΒΔ. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις. Για όσες προτάσεις είναι λάθος, να γράψετε τη σωστή σχέση (ή αιτιολόγηση).

- i) $\overline{ΑΔ} = \overline{ΓΒ}$
- ii) $\overline{ΑΒ} + \overline{ΑΔ} = \overline{ΑΓ}$
- iii) $\overline{ΔΓ} - \overline{ΔΑ} = \overline{ΓΑ}$
- iv) $|\overline{ΑΟ}| = |\overline{ΓΟ}|$
- v) $\overline{ΟΒ} \nearrow \nearrow \overline{ΟΓ}$
- vi) $\overline{ΑΟ} - \overline{ΓΟ} = \vec{0}$
- vii) $\overline{ΑΔ} + \overline{ΔΓ} + \overline{ΓΒ} = \overline{ΒΑ}$ (12μ.)

Γ)

- i) Έστω Α, Β, Γ, Δ σημεία μη συνευθειακά ανά τρία, για τα οποία ισχύει $\overline{ΑΕ} - \overline{ΗΓ} = \overline{ΔΖ} + \overline{ΒΗ} - \overline{ΕΖ}$.
Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (5μ.)
- ii) Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ. Αν ισχύουν $\overline{ΑΜ} = \overline{ΑΒ} + \overline{ΓΔ}$ και $\overline{ΑΝ} = \overline{ΑΔ} + \overline{ΓΒ}$ να δείξετε ότι το διάνυσμα $\overline{ΜΝ}$ είναι το μηδενικό. (5μ.)

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), μεταφέροντας στο τετράδιο σας την αντίστοιχη απάντηση.

- i) Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
- ii) Το σύστημα $\begin{cases} xy=1 \\ x+y=0 \end{cases}$ είναι αδύνατο.
- iii) Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$ και η παραβολή $y = x^2 + 1$ δεν έχουν κοινά σημεία.

(6μ.)

B) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{1-x}{6} - \frac{y-x}{2} = \frac{y+2}{3} \\ 2[x+y-2(x-y)] = -(3-y) \end{cases} \quad (9\mu.)$$

Γ) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} (x+3)^2 - (x+y)(x-y) = 16 - y(5-y) \\ x^2 - (x+y)(x+3) = -1 - y(x+1) \end{cases} \quad (10\mu.)$$

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: (\beta - 3\alpha)x + (2\alpha - \beta)y + 1 = 0$, η οποία διέρχεται από τα σημεία $K(-2, -1)$ και $\Lambda(4, 3)$.

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 5$. (6μ.)

ii) Να βρείτε το κοινό σημείο της ευθείας ε και της ευθείας $\zeta: 3x - 4y + 3 = 0$. (5μ.)

B) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x και y ώστε να ισχύει:

$$(x+2y)^2 + (x-y)^2 + 17 = 8(x+2y) + 2(x-y) \quad (7\mu.)$$

Γ) Το άθροισμα δύο ακέραιων είναι 26, ενώ αν διαιρέσουμε τον μεγαλύτερο με τον μικρότερο βρίσκουμε πηλίκο 4 και υπόλοιπο 1. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς. (7μ.)

ΘΕΜΑ 4^ο

A) Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

i)
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x^2 - 5y^2 = -4 \end{cases} \quad (6\mu.)$$

ii)
$$\begin{cases} 4x - 4y - 3xy = -2 \\ xy - 2x + 2y = 4 \end{cases} \quad (5\mu.)$$

B) Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} \sqrt{2x+y} - \sqrt{x+y} = 1 \\ x+y + \sqrt{2x+y} = 3 \end{cases} \quad (5\mu.)$$

Γ) Δίνεται ο κύκλος $c_1: x^2 + y^2 = 17$ και η υπερβολή $c_2: xy = -4$.

i) Να βρείτε τα κοινά τους σημεία. (5μ.)

ii) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα που βρήκατε στο ερώτημα (i). (2μ.)

iii) Να γίνει σχήμα στο οποίο να φαίνονται τα παραπάνω αποτελέσματα. (2μ.)