

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2018**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(2,\lambda)$ ,  $B(6,\lambda+2)$  και  $\Gamma(2\lambda-1,-5)$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Έστω επίσης  $M$  το μέσο του  $AB$  για το οποίο ισχύει  $\overline{AB} \cdot \overline{GM} = 20$ .

i) Να αποδείξετε ότι  $\lambda=2$ . **(3μ)**

ii) Να βρείτε σημείο  $K$  του άξονα  $y'y$ , ώστε  $\overline{AK} \perp \overline{AB}$  **(2μ)**

iii) Να υπολογίσετε την γωνία  $\hat{B}$ . **(3μ)**

**A2)** Δίνονται οι εξισώσεις:

$$(\lambda^2 + \lambda - 2)x + (\lambda^2 - 3\lambda + 2)y + \lambda^2 - 1 = 0 \quad (1) \text{ και } \lambda x + (2 - \lambda)y + \lambda + 4 = 0 \quad (2)$$

i) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία. **(2μ)**

ii) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον  $y'y$ . **(2μ)**

iii) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων. **(2μ)**

iv) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείες που είναι μεταξύ τους παράλληλες. **(4μ)**

**A3)** Δίνεται ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  στο οποίο η πλευρά  $AB$ , η διάμεσος  $GM$  και το ύψος  $AD$  βρίσκονται πάνω στις ευθείες  $y = 3x - 1$ ,  $y = 5$  και  $y = -2x + 14$  αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου  $AB\Gamma$ . **(7μ)**

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

## ΘΕΜΑ Β

**B1)** Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  (7μ)

**B2)** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της; (4μ)

**B3)** Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται άρτια; (4μ)

**B4)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1) Η γραφική παράσταση  $f$ , της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi(x) = 3x^4$ , μιας οριζόντιας κατά μία μονάδα αριστερά και μιας κατακόρυφης κατά 2 μονάδες προς τα πάνω, έχει τύπο:  
 $f(x) = 3(x-1)^4 + 2$

2) Αν για μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  ισχύει ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε η  $f$  δεν έχει καμία ρίζα.

3) Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει ακριβώς μία ρίζα.

4) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 0$

5) Ισχύει ότι  $\eta\mu^2 20^\circ + \eta\mu^2 70^\circ = 1$

6) Για κάθε γωνία  $\omega \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  ισχύει ότι  $|\epsilon\varphi\omega| \leq 1$

7) Ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu 1^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 2^\circ \cdot \dots \cdot \sigma\upsilon\nu 100^\circ = 0$

8) Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2 x} = \eta\mu x$

9) Αν  $\omega + \theta = \pi$ , τότε ισχύει ότι  $\eta\mu \frac{\omega}{2} = \sigma\upsilon\nu \frac{\theta}{2}$

10) Η εξίσωση  $\sigma\upsilon\nu(\sigma\upsilon\nu x) + \eta\mu(\sigma\upsilon\nu x) = 1$  έχει ρίζα το  $x = \frac{\pi}{2}$

(10μ.)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1)** Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων.

i)  $A = \eta\mu \frac{22\pi}{6} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{31\pi}{3} \cdot \epsilon\phi \frac{19\pi}{4} \cdot \sigma\phi 1770^\circ$ . (4μ)

ii)  $B = \frac{\eta\mu\left(\frac{43\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right) \cdot \epsilon\phi(2018\pi - \omega)}{\sigma\upsilon\nu\left(\omega - \frac{25\pi}{2}\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{7\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega - 2017\pi)}$ . (6μ)

**Γ2)** Αν για τη γωνία  $\theta$  ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{49\pi}{4} - \theta\right) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{83\pi}{4} - \theta\right) = \frac{1}{3}$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$\Gamma = \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$ . (5μ)

**Γ3)** Να αποδείξετε ότι  $\frac{1+2\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x} - \frac{1+3\eta\mu x}{1+\eta\mu x} = 3\epsilon\phi^2 x$  (5μ)

**Γ4)** Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} - \epsilon\phi x = 2$ . (5μ)

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \alpha - 2\sigma\upsilon\nu(\omega x)$ ,  $\omega > 0$  η οποία έχει περίοδο  $T = 4\pi$  και ελάχιστη τιμή το 2.

i) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 4$  και  $\omega = \frac{1}{2}$ . (5μ)

ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  σε διάστημα μιας περιόδου. (5μ)

iii) Αν  $g(x) = 7 + \sigma\upsilon\nu x - 2\eta\mu^2 x$ ,  $x \in \square$ , να λύσετε την εξίσωση  $f(2x) = g(x)$ . (5μ)

**Δ2)**

i) Να λύσετε το σύστημα  $\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = \frac{5}{4} \\ 2\alpha\beta = 1 \end{cases}$  (5μ)

ii) Αν  $x, y \in [0, \pi]$ , να βρείτε τα  $x, y$  για τα οποία ισχύει ότι  $\begin{cases} \eta\mu^2 x - \eta\mu^2 y = \frac{1}{4} \\ 2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu y = 1 \end{cases}$  (5μ)

... ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ !!!