1. ✉ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ✉ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

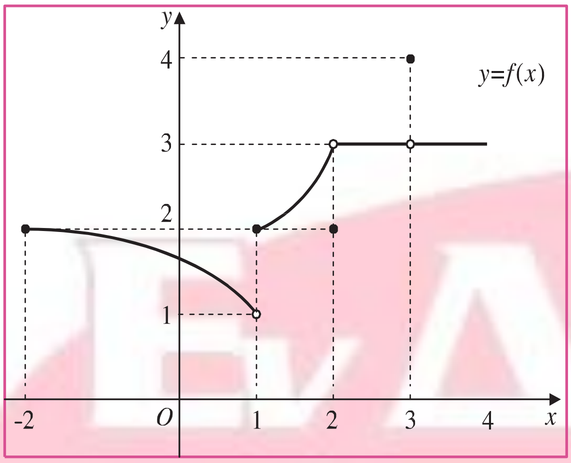
Εν Δυνάμει ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2018

Α΄ ΜΕΡΟΣ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f



Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια:

i) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ **(1μ)**

ii) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **(2μ)**

iii) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ **(2μ)**

iv) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ **(1μ)**

v) $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ **(1μ)**

Β) Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα όρια, θεωρώντας δεδομένο ότι έχει νόημα η αναζήτησή τους

i) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2+x-6}{x^2-x-2}$ **ii)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3\sqrt{x}+\sqrt{x+3}-5}{x-1}$ **(5+6μ)**

Γ) Να υπολογίσετε (αν υπάρχει) το όριο $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{|1-x|+x|x^2+2|-3}{|x^2-1|}$, θεωρώντας δεδομένο ότι έχει νόημα η αναζήτησή του. **(7μ)**

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\alpha x^2+\beta x-4}{x-1}, & x<1\\ g(x)-x^2+x+2, & x>1\end{cases}$ για την οποία ισχύει ότι το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ υπάρχει και είναι 5.

i) Να δείξετε ότι $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)=3$ **(8μ)**

ii) Να δείξετε ότι $\alpha=1,\ \beta=3$ **(9μ)**

iii) Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-6f(x)+5}{\sqrt{6-f(x)}-1}$ **(8μ)**

Β΄ ΜΕΡΟΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 3^Ο

Α) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με ένα πολυώνυμο της μορφής x − ρ, είναι ίσο με υ = P(ρ). **(5μ)**

Β) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο x − ρ είναι παράγοντας ενός πολυωνύμου P(x), αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x). **(6μ)**

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1) Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
2) Το πολυώνυμο $P(x)=\sqrt{12}x^3-5x^2-2\sqrt{3}x^3+x^2+x+2$ είναι τρίτου βαθμού.
3) Αν ένα πολυώνυμο είναι μηδενικό, τότε είναι σταθερό.
4) Αν το $x-1$ είναι παράγοντας του P(x), τότε το $x-1$ θα είναι και παράγοντας του $Q(x)=P(x)-P(1)$.
5) Η παράσταση $x^\nu+4x^{\nu-2}+x+5$, είναι πολυώνυμο του x για κάθε $\nu\in\mathbb{N}^*$.
6) Αν για το πολυώνυμο $P(x)=\alpha_\nu x^\nu+\alpha_{\nu-1}x^{\nu-1}+\ldots+\alpha_1x+\alpha_0, \nu\in\mathbb{N}^*$ ισχύει ότι $\alpha_0=0$, τότε έχει ρίζα το 0.
7) Εάν το άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου είναι ίσο με μηδέν, τότε το πολυώνυμο θα έχει ρίζα το 1.
8) Το μηδενικό πολυώνυμο έχει άπειρες ρίζες.
9) Το πολυώνυμο $P(x)=3x^6+2x^4+6x^2+4$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.
10) Αν το πολυώνυμο P(x) είναι 5ου βαθμού, το πολυώνυμο Q(x) είναι 3ου βαθμού και ισχύει ότι P(x) = H(x)·Q(x), τότε το πολυώνυμο H(x) θα είναι 2ου βαθμού.
11) Αν δυο πολυώνυμα έχουν τον ίδιο βαθμό, τότε είναι ίσα.
12) Ο βαθμός του υπολοίπου σε μία διαίρεση πολυωνύμων είναι πάντοτε μικρότερος από το βαθμό του πηλίκου.
13) Αν το πηλίκο σε μία διαίρεση πολυωνύμων είναι 4ου βαθμού και ο διαιρέτης είναι 3ου βαθμού, τότε ο διαιρετέος θα είναι 7ου βαθμού.
14) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x+\alpha$, είναι ίσο με $\upsilon=-P(\alpha)$. **(14μ.)**

ΘΕΜΑ 4^Ο

Α) Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου $P(x)=(9\lambda^3-4\lambda)x^3+(9\lambda^2-4)x^2-3\lambda+2$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$. **(4μ.)**

Β) Να βρείτε τα $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ ώστε η διαίρεση του πολυωνύμου $x^3+2x^2-\alpha x+\beta$ με το x^2+1 να αφήνει υπόλοιπο $\upsilon(x)=8x+4$. **(5μ.)**

Γ) Αν το πολυώνυμο $f(x)=x^4+\alpha x^3+\beta x^2-22x+6\alpha$ έχει παράγοντα το x^2+2x-3, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha=4$ *και* $\beta=-7$. **(5μ.)**
ii) Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τους άξονες. **(5μ.)**

Δ) Να λύσετε την εξίσωση $(x^2+x-5)^3-5(x^2+x-4)^2-7(x^2+x)+61=0$. **(6μ.)**