

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό σελ. 62

A2. Σχολικό σελ. 61

A3. 1) Σ 2) Λ πρέπει $x, y > 0$ 3) Λ είναι $3 - \eta < 0$

4) Λ ($|a+b| \leq |a| + |b|$) 5) Λ διότι $(a-3)^2 \geq 0$

6) Λ ($a \neq 0$)

ΘΕΜΑ Β

B1. i) ΒΕΔ σελ. 44 ii) ΒΕΔ σελ. 46 3A

B2. $1 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow 2 \leq y \leq 3$

i) $1 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow 2 \leq 2x \leq 8 \Leftrightarrow -1 \leq 2x-3 \leq 5$

ii) $2 \leq y \leq 3 \Leftrightarrow 6 \leq 3y \leq 9 \quad \forall x \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \leq 2x \leq 8 \\ 6 \leq 3y \leq 9 \end{array} \right\} \xRightarrow{(+)} 8 \leq 2x+3y \leq 17$

iii) $2 \leq y \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq -y \leq -2 \quad \forall x \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 4 \\ -3 \leq -y \leq -2 \end{array} \right\} \xRightarrow{(+)} -2 \leq x-y \leq 2$

iv) $2 \leq y \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2} \quad \forall x \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 4 \\ \frac{1}{3} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2} \end{array} \right\} \xRightarrow{(\times)} \frac{1}{3} \leq \frac{x}{y} \leq 2$

B3. ΒΕΔ σελ. 49 n.x. 9

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. ΒΕΔ σελ. 55 n.x. 2

Γ2. ΒΕΔ σελ. 56 n.x. 3

Γ3. ΒΕΔ σελ. 59 n.x. 9

ΘΕΜΑ Δ.1 λ) $\frac{x^2 + 4|x| + 4}{x^2 + 2|x|} = \frac{|x|^2 + 4|x| + 4}{|x|^2 + 2|x|} = \frac{(|x| + 2)^2}{|x|(|x| + 2)} = \frac{|x| + 2}{|x|}$
 $= \frac{|x|}{|x|} + \frac{2}{|x|} = 1 + \frac{2}{|x|}$

ii) Είναι $\frac{x^2 + 4|x| + 4}{x^2 + 2|x|} = 1 + \frac{2}{|x|}$. Αρκεί v.s.o. $1 + \frac{2}{|x|} > \beta - |\beta|$

Έχω $1 + \frac{2}{|x|} > 0 \Leftrightarrow |\beta| > \beta \Leftrightarrow \beta - |\beta| \leq 0$ δεν ισχύει

Δ2. $9x^2 - 6x + \beta^2 - 2\beta + 2 > 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 + \beta^2 - 2\beta + 1 > 0 \Leftrightarrow (3x-1)^2 + (\beta-1)^2 > 0$ ①
 $x^2 - 4x + \beta^2 - 2\beta + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + \beta^2 - 2\beta + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (\beta-1)^2 = 0$ ②
 $(3x-1)(x-1) = 0 \Leftrightarrow 3x-1=0 \vee x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \vee x=1$

② $\Rightarrow (x-2)^2 + (\beta-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x-2=0 \vee \beta-1=0$ δεν $x=2 \vee \beta=1$

① $\Rightarrow (3x-1)^2 + (\beta-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3} \vee \beta \neq 1$

Άλλο $\beta=1$ δεν $x \neq \frac{1}{3}$

③ Είναι $x \neq \frac{1}{3}$ τότε $x=1$ Άρα $x=1, \beta=1, \gamma=2$

Δ3. $A = \frac{x}{|x|} + \frac{|y|}{y}$ όταν $xy > 0 \Rightarrow x, y$ ομόσημοι

Αν $x, y > 0$ τότε $|x|=x \vee |y|=y$ δεν $A = \frac{x}{x} + \frac{y}{y} = 1+1=2$

Αν $x, y < 0$ τότε $|x|=-x \vee |y|=-y$ δεν $A = -\frac{x}{x} - \frac{y}{y} = -1-1=-2$