ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

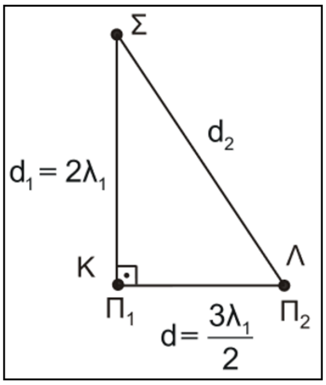
Φυσική Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Γ΄ Λυκείου

Θέμα Α

Α1 –γ , Α2 – δ , Α3 – α , Α4 – δ , Α5 α – Λ , β – Σ , γ – Λ , δ – Σ , ε – Λ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (i).



Ισχύει $d_2=\sqrt{d_1^2+d^2}=\sqrt{4\lambda_1^2+\frac{9}{4}\lambda_1^2}=\sqrt{\frac{25}{4}\lambda_1^2}\Rightarrow d_2=2{,}5\lambda_1$.

Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών και έχουμε:

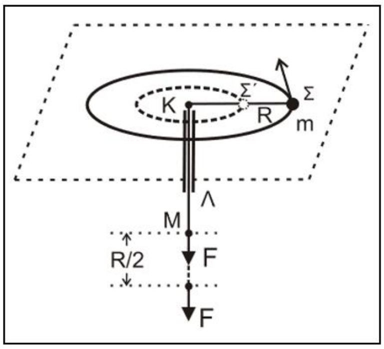
$$f_2=2f_1\Rightarrow\frac{\upsilon}{\lambda_2}=2\frac{\upsilon}{\lambda_1}\Rightarrow\lambda_1=2\lambda_2$$

Για το πλάτος του σημείου Σ μετά τον διπλασιασμό έχουμε:

$$A'_\Sigma=2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{\lambda_2}\left(d_1-d_2\right)\right| \text{ όπου } d_1-d_2=2\lambda_1-2{,}5\lambda_1=-0{,}5\lambda_1$$

$$\text{άρα } A'_\Sigma=2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{\lambda_2}(-0{,}5\lambda_1)\right|=2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{\lambda_2}(-0{,}5\cdot 2\lambda_2)\right|=2A\left|\sigma\upsilon\nu(-\pi)\right|\Rightarrow A'_\Sigma=2A$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (iii).



Η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο σφαιρίδιο έχει μηδενική ροπή ως προς το κέντρο περιστροφής οπότε η στροφορμή του σφαιριδίου διατηρείται. Έχουμε:

$$\vec{L}=\vec{L}'\Rightarrow L=L'\Rightarrow I\omega=I'\omega'\Rightarrow mR^2\omega=m\left(\frac{R}{2}\right)^2\omega'\Rightarrow$$

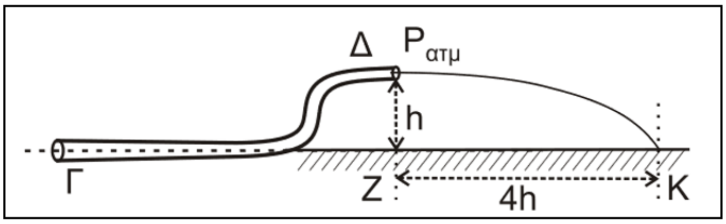
$$\omega=\frac{\omega'}{4}\Rightarrow\omega'=4\omega$$

Το σφαιρίδιο κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο οπότε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ θα είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας. Έχουμε:

$$W_F=\Delta K=K'-K=\frac{1}{2}I'\omega'^2-\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{R}{2}\right)^2\omega'^2-\frac{1}{2}mR^2\omega^2=\frac{1}{2}m\frac{R^2}{4}16\omega^2-\frac{1}{2}mR^2\omega^2\Rightarrow$$

$$W_F=\Delta K=\frac{1}{2}mR^2 4\omega^2-\frac{1}{2}mR^2\omega^2\Rightarrow\Delta K=\frac{3}{2}mR^2\omega^2$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (i).



Από την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

$$\Pi_\Gamma=\Pi_\Delta\Rightarrow A_\Gamma\upsilon_\Gamma=A_\Delta\upsilon_\Delta\Rightarrow$$

$$2A_\Delta\upsilon_\Gamma=A_\Delta\upsilon_\Delta\Rightarrow\upsilon_\Delta=2\upsilon_\Gamma$$

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής έχουμε: $x=\upsilon t\Rightarrow t=\frac{x}{\upsilon}$ και

$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{\upsilon^2}\Rightarrow y=\frac{g}{2\upsilon^2}x^2$ όπου $y=h,\ x=4h,\ \upsilon=\upsilon_\Delta$ προκύπτει

$$h=\frac{g}{2\upsilon_\Delta^2}16h^2\Rightarrow \upsilon_\Delta^2=8gh\Rightarrow 4\upsilon_\Gamma^2=8gh\Rightarrow \upsilon_\Gamma^2=2gh\Rightarrow gh=\frac{\upsilon_\Gamma^2}{2}$$

Από την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία Γ και Δ έχουμε:

$$p_\Gamma+\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2+0=p_\Delta+\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2+\rho gh\Rightarrow p_\Gamma+\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2=p_\Delta+\frac{1}{2}\rho\cdot 4\upsilon_\Gamma^2+\rho gh\Rightarrow$$

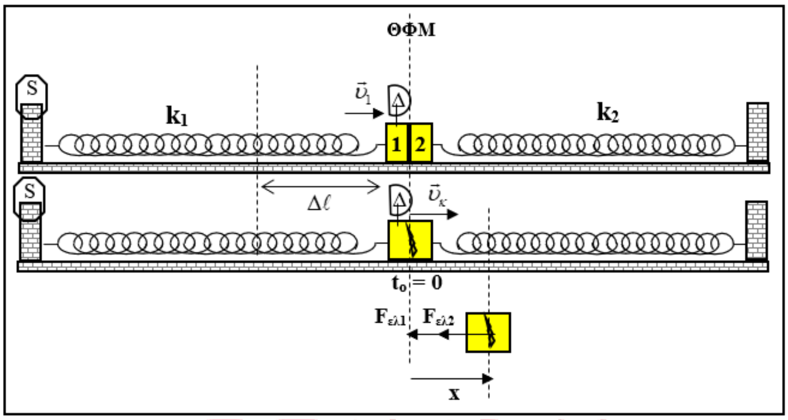
$$p_\Gamma-p_\Delta=2\rho\upsilon_\Gamma^2-\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2+\rho gh\Rightarrow p_\Gamma-p_\Delta=2\rho\upsilon_\Gamma^2-\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2+\rho\frac{\upsilon_\Gamma^2}{2}\Rightarrow p_\Gamma-p_\Delta=\Delta p=2\rho\upsilon_\Gamma^2$$

Θέμα Γ

Γ1. Το σώμα m_1 λίγο πριν την κρούση βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου έχοντας μέγιστο μέτρο ταχύτητας

$$\upsilon_1=\upsilon_{1\max}=\omega_1 A_1=\sqrt{\frac{k_1}{m_2}}\cdot\Delta\ell\Rightarrow$$

$$\upsilon_1=\upsilon_{1\max}=2\frac{m}{s}.$$



Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ στην κρούση έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}\Rightarrow m_1\upsilon_1=(m_1+m_2)\upsilon_\kappa\Rightarrow\upsilon_\kappa=\frac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_2}\Rightarrow\upsilon_\kappa=1\frac{m}{s}$$

Ο λόγος των συχνοτήτων που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν και αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}}f_S}{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_\kappa}{\upsilon_{\eta\chi}}f_S}=\frac{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}-\upsilon_\kappa}\Rightarrow\frac{f_1}{f_2}=\frac{338}{339}$$

Γ2. Σε μια τυχαία θέση του άξονα της κίνησης του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma F_x=-F_{\varepsilon\lambda1}-F_{\varepsilon\lambda2}=-k_1x-k_2x=-(k_1+k_2)x=-2kx$$

Άρα το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D=k_1+k_2=2k=100\frac{N}{m}$.

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση φυσικού των ελατηρίων και θέση ισορροπίας της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί οπότε η κοινή ταχύτητα θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης.

Άρα $\upsilon_\kappa=\upsilon_{\max}=\omega A=\sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}}A\Rightarrow 1=\sqrt{\frac{100}{4}}A\Rightarrow 1=5A\Rightarrow A=0,2m$

Γ3. Ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά συχνότητα ίση με αυτή της πηγής $\left(f_\Delta = f_S\right)$ τη στιγμή που ακινητοποιείται στιγμιαία στην ακραία θέση, δηλαδή τη χρονική στιγμή

$$t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{D}} \Rightarrow t = 0{,}1\pi\, s$$

Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στη διάρκεια της ταλάντωσης γίνεται μέγιστος κατά μέτρο στις ακραίες θέσεις.

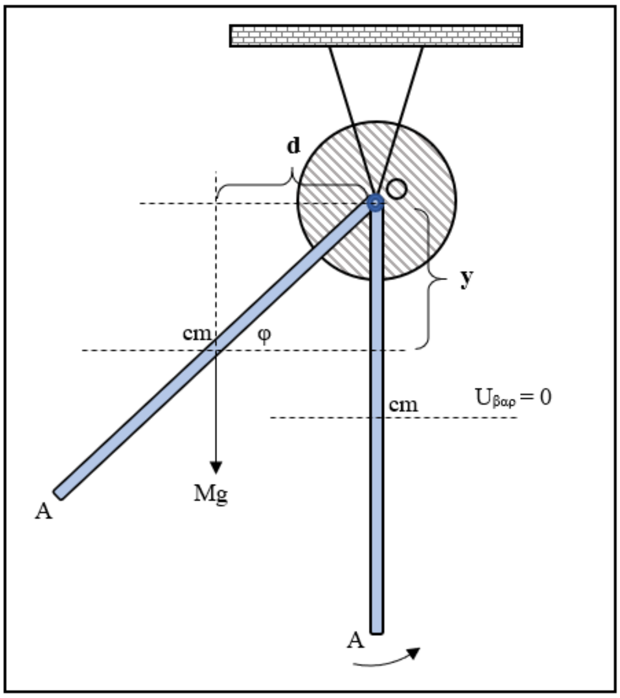
Άρα $\left|\frac{dp}{dt}\right|_{\max} = DA \Rightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{\max} = 20N$

Θέμα Δ

Δ1. Για τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – δίσκος ως προς τον άξονα περιστροφής Ο έχουμε: $I_{ολ(Ο)} = I_{cm(\Delta)} + I_{ραβ(Ο)} = I_{cm(\Delta)} + \left(I_{cm(\rho)} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{2}m_\Delta R_\Delta^2 + \left(\frac{1}{12}M\ell^2 + M\frac{\ell^2}{4}\right) \Rightarrow$

$$I_{ολ(Ο)} = \frac{1}{2}m_\Delta R_\Delta^2 + \frac{1}{3}M\ell^2 \Rightarrow I_{ολ(Ο)} = 25Kg\cdot m^2$$

Δ2. Ο ρυθμός μεταβολής του συστήματος ράβδος – δίσκος ως προς τον άξονα περιστροφής Ο είναι:



$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{συστήματος} = \Sigma\tau_{εξωτ} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{συστήματος} = \tau_{Mg} = Mg\cdot d = Mg\cdot\frac{\ell}{2}συνφ \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{συστ} = 72\frac{Kg\cdot m^2}{s^2}$$

Δ3. Στο σύστημα ράβδος – δίσκος ασκείται μόνο το βάρος της ράβδου από εξωτερικές δυνάμεις. Εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ για το σύστημα έχουμε:

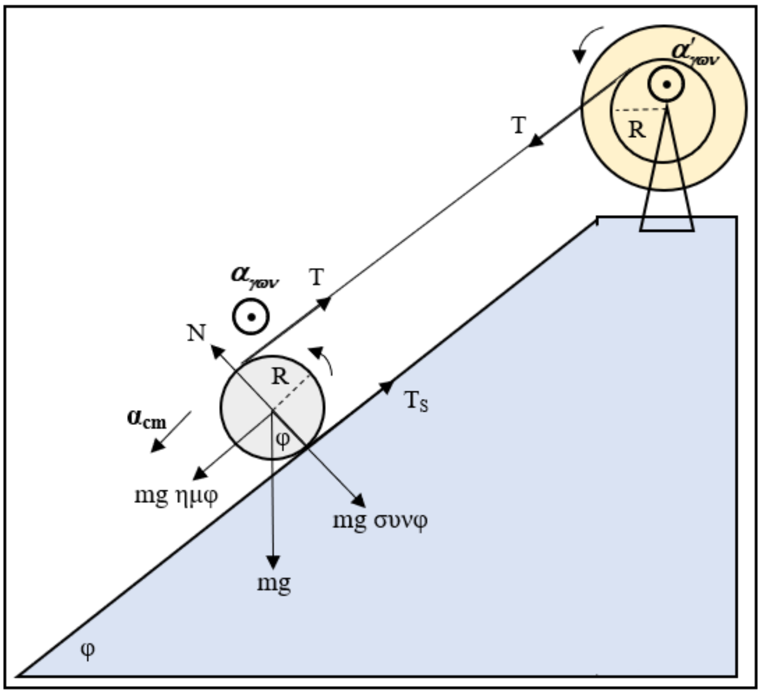
$$E_{μηχ,αρχ} = E_{μηχ,τελ} \Rightarrow$$

$$K_{ολ,αρχ} + U_{\Delta,αρχ} + U_{ραβ,αρχ} = K_{ολ,τελ} + U_{\Delta,τελ} + U_{ραβ,τελ} \Rightarrow\ 0 + U_{\Delta,αρχ} + Mg\left(\frac{\ell}{2} - y\right) = K_{ολ,τελ} + U_{\Delta,τελ} + 0$$

όμως $U_{\Delta,αρχ} = U_{\Delta,τελ}$ άρα

$$Mg\left(\frac{\ell}{2} - y\right) = K_{ολ,τελ} = Mg\left(\frac{\ell}{2} - y\right) = Mg\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}ημφ\right) \Rightarrow K_{ολ,τελ} = Mg\frac{\ell}{2}(1-ημφ) \Rightarrow K_{ολ,τελ} = 24J$$

Δ4. Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα που συνδέει τη διπλή τροχαλία και τη ράβδο το σύστημα κύλινδρος – διπλή τροχαλία αρχίζει να κινείται. Η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές και ο κύλινδρο κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο.



Για τον κύλινδρο έχουμε:

ΘΝΜ: $\Sigma F_x = ma_{cm} \Rightarrow$

$mg\eta\mu\varphi - T - T_S = ma_{cm}$ (1)

ΘΝΣ: $\Sigma\tau = I_{cm(\kappa\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$\tau_{T_S} - \tau_T = I_{cm(\kappa\upsilon\lambda)}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$T_S R - TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_S - T = \frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$ όπου $a_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$, $T_S - T = \frac{1}{2}ma_{cm}$ (2)

Από $(1)+(2) \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - T - T_S + T_S - T = ma_{cm} + \frac{1}{2}ma_{cm} \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - 2T = \frac{3}{2}ma_{cm}$ (3)

Για τη διπλή τροχαλία έχουμε: ΘΝΣ: $\Sigma\tau' = I_{cm(\tau\rho o\chi)}\alpha'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_T = I_{cm(\tau\rho o\chi)}\alpha'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow TR = I_{cm(\tau\rho o\chi)}\alpha'_{\gamma\omega\nu}$ (4)

Για το μέτρο της ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του δίσκου ακτίνας R της διπλής τροχαλίας $\upsilon_{\gamma\rho(\tau\rho o\chi)}$ και του μέτρου της ταχύτητας του σημείου της περιφέρειας του κυλίνδρου που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από το κεκλιμένο επίπεδο $\upsilon_{\kappa\upsilon\lambda}$ ισχύει $\upsilon_{\gamma\rho(\tau\rho o\chi)} = \upsilon_{\kappa\upsilon\lambda}$.

Όμως $\upsilon_{\gamma\rho(\tau\rho o\chi)} = R\omega'$ και $\vec{\upsilon}_{\kappa\upsilon\lambda} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho(R)} \Rightarrow \upsilon_{\kappa\upsilon\lambda} = 2\upsilon_{cm}$

άρα $\upsilon_{\gamma\rho(\tau\rho o\chi)} = \upsilon_{\kappa\upsilon\lambda} \Rightarrow R\omega' = 2\upsilon_{cm} \rightarrow R\frac{d\omega'}{dt} = 2\frac{d\upsilon_{cm}}{dt} \Rightarrow R\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 2a_{cm} \Rightarrow \alpha'_{\gamma\omega\nu} = \frac{2a_{cm}}{R}$

Από $(4) \Rightarrow TR = I_{cm(\tau\rho o\chi)}\frac{2a_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{2I_{cm(\tau\rho o\chi)}}{R^2}a_{cm}$ και αντικαθιστώντας στη σχέση (3) έχουμε:

$$(3) \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - 2\frac{2I_{cm(\tau\rho o\chi)}}{R^2}a_{cm} = \frac{3}{2}ma_{cm} \Rightarrow \left(\frac{4I_{cm(\tau\rho o\chi)}}{R^2} + \frac{3}{2}m\right)a_{cm} = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$(195+45)a_{cm} = 240 \Rightarrow 240a_{cm} = 240 \Rightarrow a_{cm} = 1\frac{m}{s^2}$$

Από τις εξισώσεις της μεταφορικής κίνησης για τον κύλινδρο έχουμε:

$$x_{cm} = s = \frac{1}{2}a_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{a_{cm}}} \Rightarrow t = 2\,s \quad \text{και} \quad \upsilon_{cm} = a_{cm}t \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}$$