

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018

ΘΕΜΑ 1^ο

- A)**
- Πότε δύο συναρτήσεις καλούνται ίσες;
 - Πότε μία συνάρτηση καλείται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
 - Πότε μία συνάρτηση καλείται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.
- (3+4+4μ)**

- B)** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό :

<< Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της. >>

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α αν είναι αληθές , ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδές.

β) Να αιτιολογήστε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

(1+3μ)

- Γ)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq 0$ τότε για x κοντά στο x_0 ισχύει ότι $f(x) \leq 0$.

2. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη για $x = x_0$ τότε ισχύει $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$.

3. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη για $x=0$.

4. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x} = 0$.

5. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι παραγωγίσιμη στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

(10μ)



1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι πραγματικές συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$, $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ και $h(x) = \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

1. Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις g, h είναι ίσες και αν όχι να προσδιορίσετε το ευρύτερο υποσύνολο του \mathbb{R} στο οποίο ισχύει $f(x)=g(x)$. (6μ)
2. Να προσδιορίσετε τη σύνθεση της συνάρτησης f με την g . (7μ)
3. Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. (6μ)
4. Να βρείτε τη συνάρτηση $\frac{f}{g}$. (6μ)



En Dynamei
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι πραγματικές συναρτήσεις f, g για τις οποίες ισχύουν:

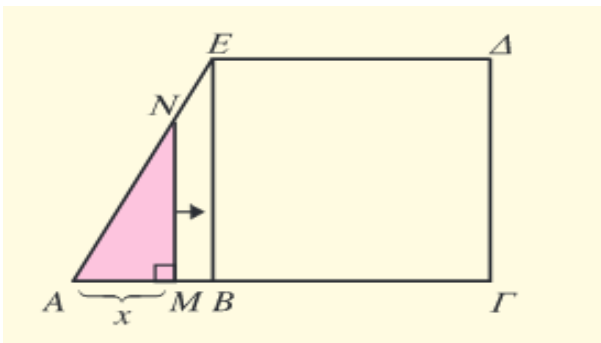
- Η f συνεχής στο \mathbb{R} και ισχύει $\eta\mu^2 x - x^4 \leq xf(x) \leq \eta\mu^2 x + x^4$ για $x \in \mathbb{R}$.
 - $g(x) = x - 2\sqrt{x} + 1$ για $x \geq 0$.
1. Να αποδείξετε ότι $f(0) = 0$. (5μ)
 2. Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 1$. (10μ)
 3. Να αποδείξετε ότι για $x \in [0, 1]$ ισχύει $g(g(x)) = x$. (5μ)
 4. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (5μ)



1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΘΕΜΑ 4^ο

Στο παρακάτω σχήμα είναι $AB=1$, $AG=3$ και $\Gamma\Delta=2$. Το σημείο M διαγράφει (κινείται) το ευθύγραμμο τμήμα AG με αποτέλεσμα να αυξάνει το αντίστοιχο ευθύγραμμο τμήμα $x=AM$.



1. Να αποδείξετε ότι $MN=2x$. (5μ)
2. Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου ως συνάρτηση του $x=AM$ εκφράζεται από την συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 & , 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$ (7μ)
3. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη για $x=1$. (8μ)
4. Να βρεθεί το $f'(2)$ και στη συνέχεια το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^4(x) - 81}{x^3 - 8}$. (5μ)

...ΕΥΧΟΜΕΘΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑ...

