ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜ. Β ΛΥΚΕΙΟΥ

8/12/2019

ΘΕΜΑ 1

$\boxed{A}$ $\eta\mu\frac{\pi}{2}=1$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$, $\eta\mu\frac{3\pi}{4}=\eta\mu\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{6}=\sigma\upsilon\nu\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\varepsilon\varphi\frac{21\pi}{4}=\varepsilon\varphi\left(\frac{20\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)=\varepsilon\varphi\left(5\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\varepsilon\varphi\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\varepsilon\varphi\frac{\pi}{4}=1$

$\boxed{B}$ $\eta\mu(\pi-\omega)=\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu(-\omega)=\sigma\upsilon\nu\omega$, $\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)=-\sigma\varphi\omega$

$\eta\mu(21\pi+\omega)=\eta\mu(\pi+\omega)=-\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2}-\omega\right)=\eta\mu\omega$

$\varepsilon\varphi(20\pi-\omega)=\varepsilon\varphi(-\omega)=-\varepsilon\varphi\omega$

$\boxed{\Gamma}$ δ) $\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{8}=\sigma\upsilon\nu\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{8}<0$

$\boxed{\Delta}$ Έστω ότι $\eta\mu x=\sigma\upsilon\nu x=0$ τότε $\eta\mu^2x+\sigma\upsilon\nu^2x=1 \Leftrightarrow 0=1$ ΑΤΟΠΟ

ΘΕΜΑ 2

$\boxed{A}$ α) $A_f=(-\infty,-1)\cup(-1,4)\cup(4,6]$

β) $f\downarrow$ στα διαστήματα: $(-\infty,-1)$, $[0,1]$ κ' $(4,6]$

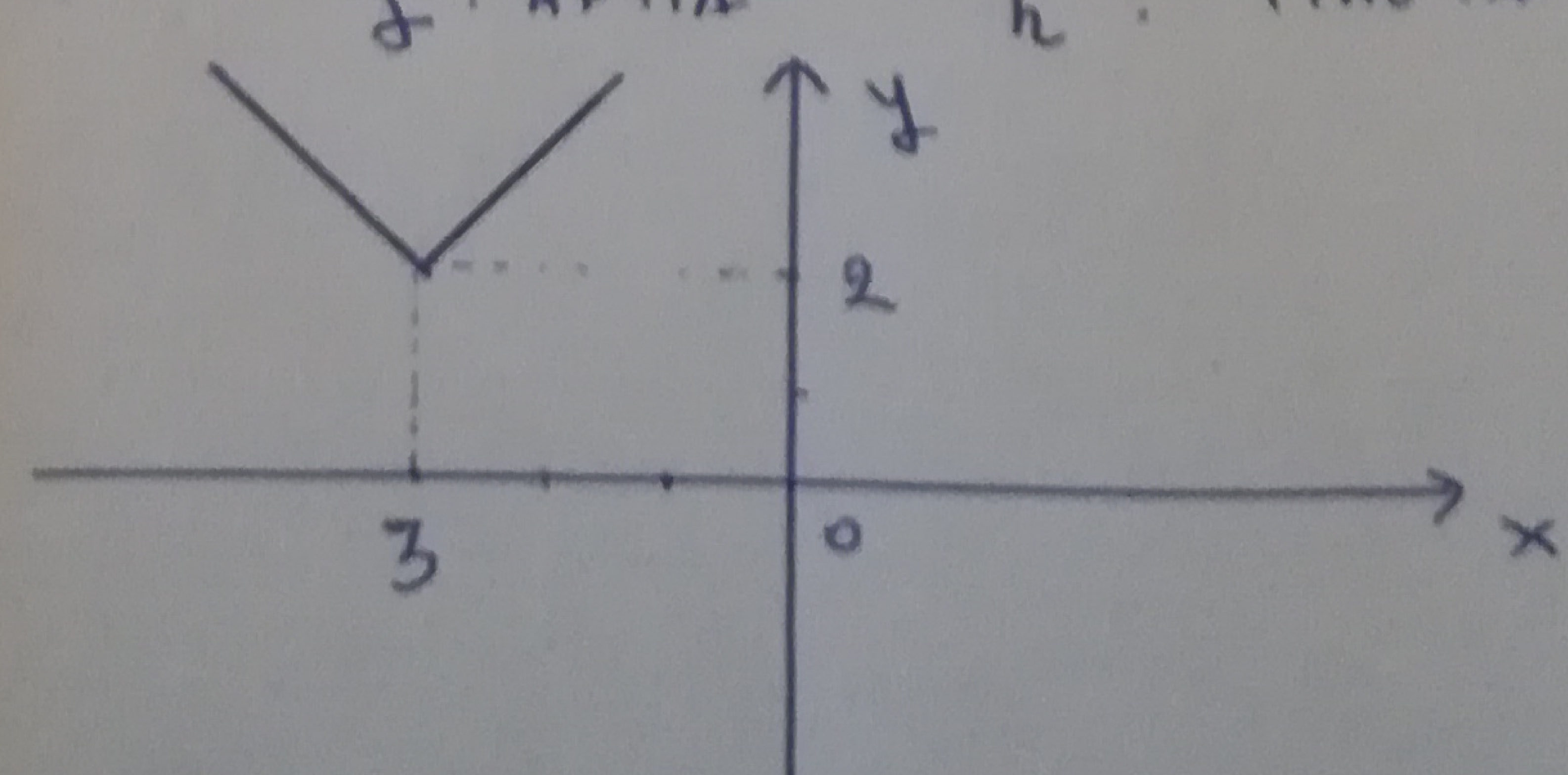
$f\uparrow$ -"- -"- : $(-1,0]$ και $[3,4)$

γ) ολικό ελάχιστο το $f(6)=-2$ (θέση $x_1=6$)

δ) ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΤΙΑ αφού $1\in(-1,1]$ όμως το $-1\notin(-1,1]$

$\boxed{B}$ f: ΠΕΡΙΤΤΗ g: ΑΡΤΙΑ h: ΤΙΠΟΤΑ

$\boxed{\Gamma}$



ΘΕΜΑ 3

A

ΑΡΙΘΜΗΤΗΣ: • $ημ(5π+φ) = ημ(π+φ) = -ημφ$

• $συν(7π-φ) = συν(π-φ) = -συνφ$

• $ημ\left(\frac{5π}{2}-φ\right) = ημ\left(\frac{π}{2}-φ\right) = συνφ$

• $συν\left(\frac{7π}{2}+φ\right) = συν\left(\frac{3π}{2}+φ\right) = ημφ$

ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗΣ: • $σφ(5π+φ) = σφ(π+φ) = σφφ$

• $ημ(7π-φ) = ημ(π-φ) = ημφ$

• $συν\left(\frac{5π}{2}-φ\right) = συν\left(\frac{π}{2}-φ\right) = ημφ$

• $σφ\left(\frac{7π}{2}+φ\right) = σφ\left(\frac{3π}{2}+φ\right) = -εφφ$

$$\frac{-\cancel{ημφ}(-συνφ)\cdot συνφ\cdot \cancel{ημφ}}{σφφ\cdot ημφ\cdot \cancel{ημφ}(-εφφ)} = -συν^2φ = -(1-ημ^2φ) = ημ^2φ-1$$

B

$$\frac{συνx(1+ημx) + συνx(1-ημx)}{1-ημ^2x} = \frac{2}{συνx}$$

$$\Leftrightarrow \frac{συνx + \cancel{συνx\,ημx} + συνx - \cancel{συνx\,ημx}}{συν^2x} = \frac{2}{συνx}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2συνx}{συν^2x} = \frac{2}{συνx} \Leftrightarrow \frac{2}{συνx} = \frac{2}{συνx}$$ ισχύει

Γ

α) $ημ^2ω + συν^2ω = 1 \Leftrightarrow συν^2ω = 1 - \frac{5}{9} \Leftrightarrow συν^2ω = \frac{4}{9}$

$\Rightarrow συνω = -\frac{2}{3}$, $εφω = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}}}{-} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ κ' $σφω = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

έστω,

β) $\frac{-ημθ}{-συνθ} + σφθ \geq -3\cdot\frac{-2}{3} \Leftrightarrow \frac{ημθ}{συνθ} + \frac{συνθ}{ημθ} \geq 2$

$θ\in(0,\frac{π}{2})$ $\Leftrightarrow$ $ημ^2θ + συν^2θ \geq 2ημθσυνθ \Leftrightarrow ημ^2θ - 2ημθσυνθ + συν^2θ \geq 0$

$\Leftrightarrow (ημθ - συνθ)^2 \geq 0$ ισχύει

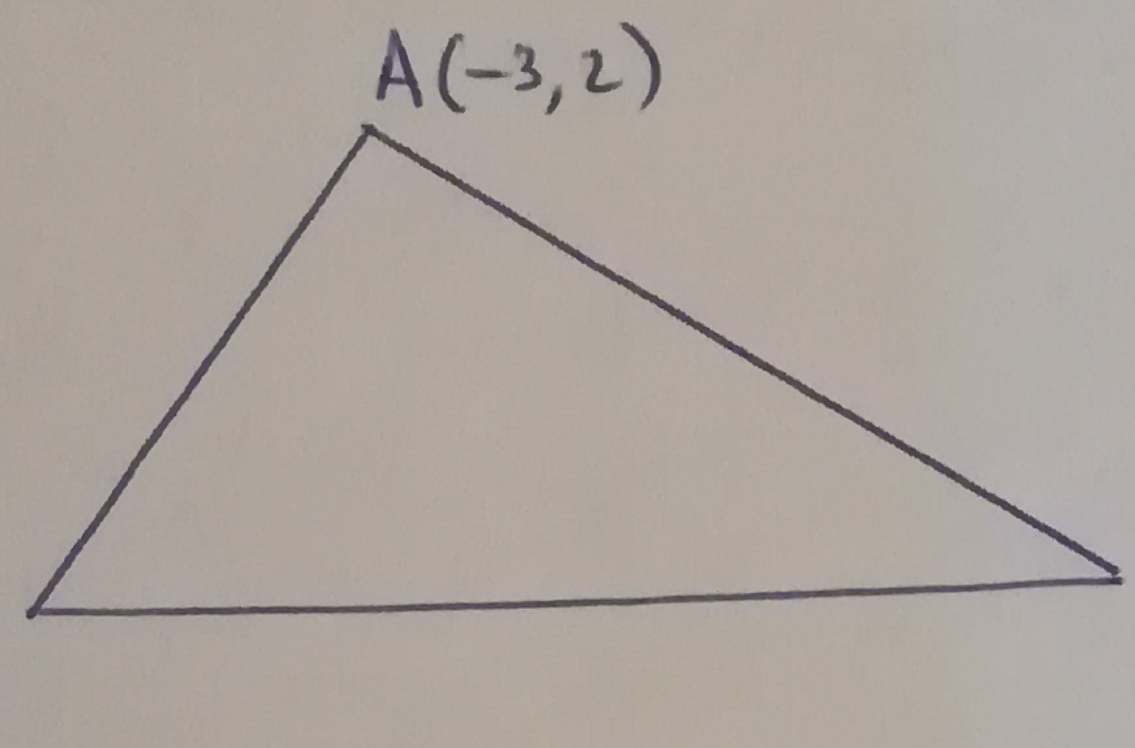
ΘΕΜΑ 4

$\boxed{A}$ I) $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = 2\cdot4 - 3\cdot6 = 8 - 18 = -10$

II) $\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma} = 26 \Leftrightarrow 4x + 6(4-x) = 26$

$\Leftrightarrow 4x + 24 - 6x = 26 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x=-1}$

$\boxed{B}$



ΒΓ: $y = x - 5$

ΓΔ: $y = \frac{2}{3}x - 2$ ($y \neq 0 z$)

I)

• Γ: $\begin{cases} B\Gamma \\ \Gamma\Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x-5 \\ y = \frac{2}{3}x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow x - 5 = \frac{2}{3}x - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 15 = 2x - 6 \Leftrightarrow x = 15 - 6$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 9}$

$y = 9 - 5 = 4$ άρα $\boxed{\Gamma(9,4)}$

II)

• $\Gamma\Delta \perp AB \Leftrightarrow \lambda_{\Gamma\Delta}\cdot\lambda_{AB} = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{3}\lambda_{AB} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{AB} = -\frac{3}{2}$

οπότε AB: $y - y_A = -\frac{3}{2}(x - x_A)$

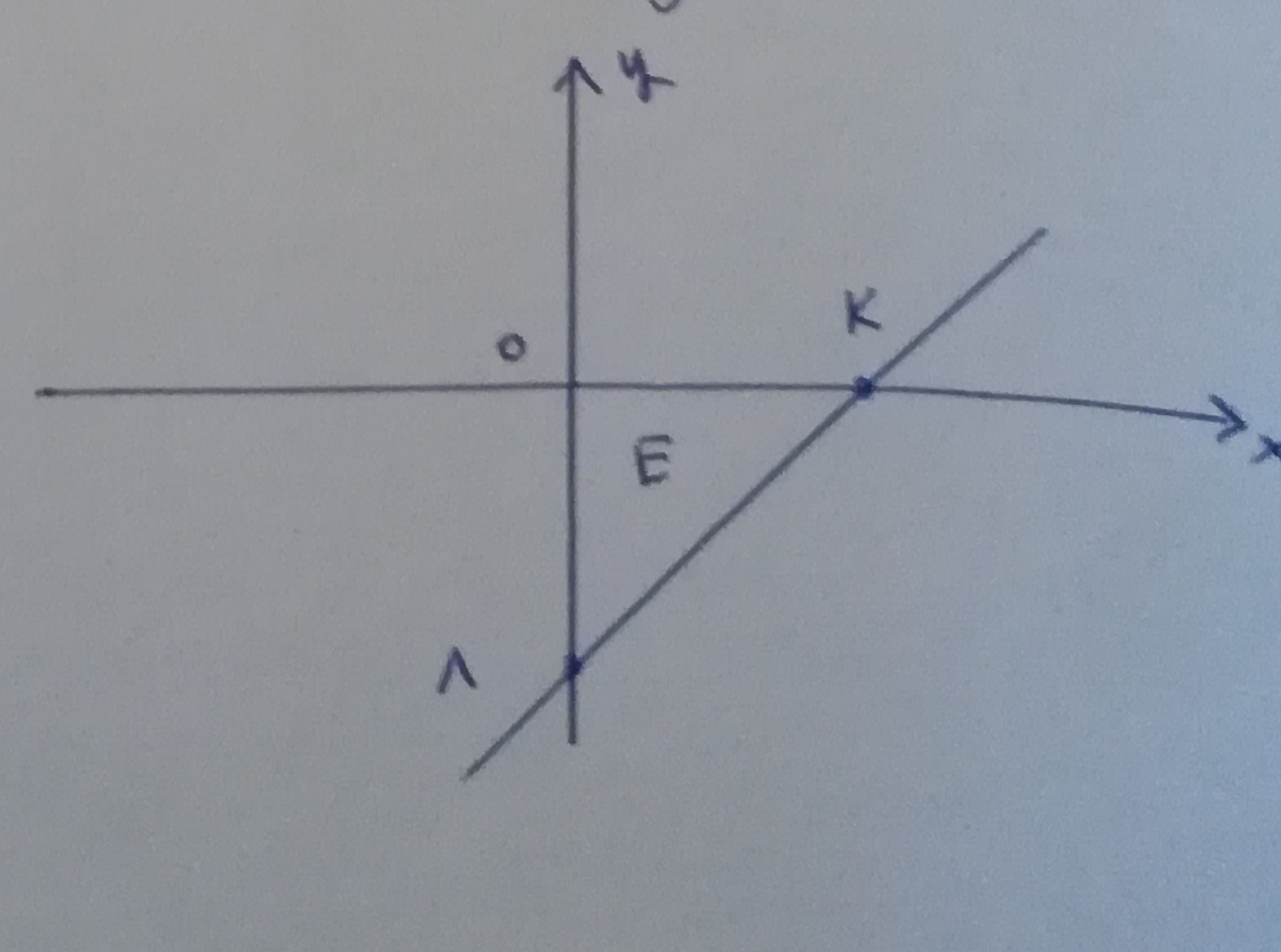
$\Leftrightarrow y - 2 = -\frac{3}{2}(x+3) \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x - \frac{9}{2} + 2 \Leftrightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}}$

III) $\lambda_\varepsilon = \varepsilon\varphi 135^\circ = \varepsilon\varphi(180 - 45^\circ) = -1$

(ε): $y - 2 = -(x+3) \Leftrightarrow y = -x - 3 + 2 \Leftrightarrow y = -x - 1$

IV) Για $x=0$: $y = -5 \rightarrow \Lambda(0,-5)$

Για $y=0$: $0 = x - 5 \rightarrow K(5,0)$



$E = \frac{1}{2}(OK)(O\Lambda) = \frac{1}{2}5\cdot5 = \frac{25}{2}$ τ.μ.