

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

19/07/2019

ΖΗΤΗΜΑ Α

A1. Πότε δύο συναρτήσεις f, g λέγονται ίσες;

A2. Πότε μια συνάρτηση f καλείται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

A3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ x^3, & x > 0 \end{cases}$.

1. Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση
2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος
 - i) Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα
 - ii) Η συνάρτηση είναι 1-1
 - iii) Η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο 0

A4. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$

A5. i) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{x}$

ii) Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός: «Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της».
Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή ή ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΖΗΤΗΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, $g(x) = \ln x$

B1. Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$.

B2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται και να ορίσετε την f^{-1} .

B3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $h(x) = |g(x)|$ και να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $h(x) = a$, $a \in \mathbb{R}$

B4. Να λυθεί η εξίσωση $(e+1)(e^{2\sigma\nu x} - 1) = (e-1)(e^{2\sigma\nu x} + 1)$ στο $[0, \pi]$

ZΗΤΗΜΑ Γ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2)x^2 + f(1)x - 4}{x-1} = 5$

Γ1. Να δείξετε ότι $f(1) = 3$ και $f(2) = 1$

Γ2. Να βρεθεί η μονοτονία της συνάρτησης f

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(|x|-1) - x - f(3-x) < 0$

Γ4. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = x^2 - 2x + 4$ για κάθε $x \geq 1$

ZΗΤΗΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{\lambda x}{x-2}$, $x \neq 2$, $\lambda \in \mathbb{R}^*$ για την οποία ισχύει $(f \circ f)(x) = x$ για κάθε $x \neq 2$

Δ1. Να βρείτε την τιμή του λ

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνεται ότι $\lambda = 2$

Δ2. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$

Δ3. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και στη συνέχεια ότι $f^{-1}(x) = f(x)$

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(f(x+1)) + f(x+1) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} - 2} + 1$

ΜΟΝΑΔΕΣ	ΖΗΤΗΜΑ Α					ΖΗΤΗΜΑ Β				ΖΗΤΗΜΑ Γ				ΖΗΤΗΜΑ Δ			
	Α1	Α2	Α3	Α4	Α5	Β1	Β2	Β3	Β4	Γ1	Γ2	Γ3	Γ4	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4
	3	3	8	6	2-3	4-4	6	5	6	8	5	6	6	6	5	7	7
ΒΑΘΜΟΣ	/25					/25				/25				/25			