1. ✉ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ✉ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 5 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2019

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = 5\vec{a} + 2\vec{\beta}$ *και* $\overrightarrow{A\Delta} = \vec{a} - 3\vec{\beta}$ όπου $|\vec{a}| = 2\sqrt{2},\ |\vec{\beta}| = 3$ *και* $(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}}) = \dfrac{\pi}{4}$.

i) Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α) $\vec{a}\cdot\vec{\beta}$

β) $\vec{a}^{\,2}\cdot\vec{\beta}^{\,2}$

γ) $\left(3\vec{a}\right)\cdot\vec{\beta}$

δ) $\left(\vec{a}\cdot 2\vec{\beta}\right)^2$ **(4μ)**

ii) Να αποδείξετε ότι οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου δίνονται από τις σχέσεις: $\overrightarrow{A\Gamma} = 6\vec{a} - \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{\Delta B} = 4\vec{a} + 5\vec{\beta}$. **(4μ)**

iii) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ **(5μ)**

Α2. Να απαντήσετε με σωστό η λάθος στις παρακάτω προτάσεις **(2μ)** αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας **(4μ)**

i) Η γωνία των διανυσμάτων $\vec{a} = (3,-2)$ *και* $\vec{\beta} = (6,9)$ είναι $(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}}) = \dfrac{\pi}{4}$,

ii) Αν τα διανύσματα $\vec{a} = (\kappa^2 + 5, -2)$ *και* $\vec{\beta} = (1, \kappa + 2)$ είναι κάθετα τότε το $\kappa = 1$,

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνονται οι εξισώσεις:

$\left(\lambda^2 + \lambda - 2\right)x + \left(\lambda^2 - 3\lambda + 2\right)y + \lambda^2 - 1 = 0 \quad (1)$ και $x - y + 2019 = 0 \quad (2)$

i) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία. **(4μ)**

ii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον y'y. **(4μ)**

iii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων. **(4μ)**

iv) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείες που είναι μεταξύ τους παράλληλες. **(4μ)**

Β2. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας όταν:

α) Διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1 : 2x-5y+3=0$, $\varepsilon_2 : x-3y-7=0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_3 : 4x+y=1$ **(3μ.)**

β) Διέρχεται από το σημείο $A(1,-1)$ και σχηματίζει με τον άξονα x΄x γωνία $\omega = 3\pi/4$ **(3μ.)**

γ) Είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος AB με A(2,3) και B(4,5). **(3μ.)**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε το σύστημα : $(\Sigma_1) : \begin{cases} y+x=-1 \\ xy=-6 \end{cases}$ **(7μ.)**

Γ2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $(4\eta\mu^2 x - 1)\cdot(2\sigma\upsilon\nu x + 1)\cdot\sigma\varphi x = 0$

β) $2\eta\mu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x - 3 = 0$ **(10μ.)**

Γ3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $A = \dfrac{\eta\mu\frac{5\pi}{4}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{6}\cdot\varepsilon\varphi\frac{4\pi}{3}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}}{\eta\mu\frac{2\pi}{3}\cdot\varepsilon\varphi\frac{3\pi}{4}\cdot\sigma\varphi\frac{5\pi}{6}\cdot\eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$ **(8μ.)**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να αποδείξετε ότι : $\left(1+\dfrac{1}{\sigma\varphi\omega}\right)^2+\left(1-\dfrac{1}{\sigma\varphi\omega}\right)^2=\dfrac{2}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$. **(5μ.)**

Δ2. Να αποδείξετε ότι : $\dfrac{\eta\mu(5\pi+\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu(7\pi-\omega)\cdot\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2}-\omega\right)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\varphi(5\pi+\omega)\cdot\eta\mu(7\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2}-\omega\right)\cdot\sigma\varphi\left(\frac{7\pi}{2}+\omega\right)}=\eta\mu^2\omega-1$ **(6μ.)**

Δ3. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $\varepsilon\varphi\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = \sigma\varphi\left(x+\frac{5\pi}{3}\right)$

β) $2\sigma\upsilon\nu\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}=0$ στο διάστημα $(-\pi, \pi)$ **(5+5μ.)**

Δ4. Να αποδείξετε ότι : $\sigma\varphi\dfrac{3\pi}{7}\cdot\sigma\varphi\dfrac{\pi}{14}+\eta\mu^2\dfrac{\pi}{7}+\eta\mu^2\dfrac{5\pi}{14}=2$ **(4μ.)**