Θέμα Α

Α1 –γ , Α2 – α , Α3 – γ , Α4 – β , Α5 α – Σ, β – Λ , γ – Λ , δ – Σ , ε – Λ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Στην πλαστική κρούση ΑΔΟ: $\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_{\kappa o\iota\nu\acute{\eta}} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_2} (1)$

όμως $\upsilon_\kappa = \upsilon_{max}$ αφού η κρούση συμβαίνει στη ΘΦΜ – ΘΙ άρα $\upsilon_\kappa = \upsilon_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}A \quad (2)$

Στην ελαστική κρούση: $\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1+m_2} (3)$ όμως $\upsilon_2' = \upsilon_{max}'$ αφού η κρούση συμβαίνει στη ΘΦΜ – ΘΙ

άρα $\upsilon_2' = \upsilon_{max}' = \omega' A' = \sqrt{\frac{k}{m_2}}A' \quad (4)$. Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις $(2),(4)$ έχουμε:

$\frac{(2)}{(4)} \Rightarrow \frac{\upsilon_\kappa}{\upsilon_2'} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}}{\sqrt{\frac{k}{m_2}}}\frac{A}{A'}$. Αντικαθιστώντας τις $(1),(3)$ στην τελευταία σχέση έχουμε:

$$\frac{\frac{m_1\upsilon_1}{m_1+m_2}}{\frac{2m_1\upsilon_1}{m_1+m_2}} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}}{\sqrt{\frac{k}{m_2}}}\frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1+m_2}}\frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1+m_2}}\frac{A}{\sqrt{3}A} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1+m_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \Rightarrow 3m_1 + 3m_2 = 4m_2 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

Β2. Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Από το διάγραμμα φάσης - χρόνου έχουμε:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow 4{,}5\pi - 2\pi = \frac{2\pi}{T}(0{,}9 - 0{,}65) \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot 0{,}25}{2{,}5\pi} \Rightarrow T = 0{,}2s$$

Το μήκος κύματος του κύματος είναι: $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$.

Από το στιγμιότυπο του κύματος για τη θέση του σημείου Κ έχουμε: $x_K = 9\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_K = 0{,}9m$

Β. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μέγιστο μέτρο ταχύτητας ταλάντωσης έχουν τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται και διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους δηλαδή έχουν απομάκρυνση ταλάντωσης $y = 0$.

Η εξίσωση του κύματος είναι: $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = A\eta\mu(10\pi t - 5\pi x)$.

Τη χρονική στιγμή $t = 0{,}65s \rightarrow y = 0 \Rightarrow \eta\mu(6{,}5\pi - 5\pi x) = 0 \rightarrow 6{,}5\pi - 5\pi x = \kappa\pi \Rightarrow$

$x = \frac{6{,}5-\kappa}{5} \Rightarrow x = \frac{13-2\kappa}{10}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0{,}65s$ το κύμα έχει φτάσει στο σημείο της χορδής

$x_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon t \Rightarrow x_{\tau\varepsilon\lambda} = 1{,}3m = \frac{13}{10}m$. Οπότε $0 \le x \le x_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 \le \frac{13-2\kappa}{10} \le \frac{13}{10} \Rightarrow 0 \le 13 - 2\kappa \le 13 \Rightarrow$

$-13 \le -2\kappa \le 0 \Rightarrow 0 \le \kappa \le 6{,}5$ άρα $\kappa = 0,1,2,3,4,5,6 \rightarrow$ επτά σημεία.

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (β).
Το σώμα Σ λόγω της τριβής επιβραδύνεται ενώ αντίστοιχα ο δίσκος λόγω της τριβής επιταχύνεται μέχρι δύο σώματα να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα (δηλαδή το σώμα να σταματήσει να ολισθαίνει πάνω στον δίσκο). Για το σύστημα δίσκος - σώμα Σ ισχύει $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi}=0$ άρα ισχύει η ΑΔΣ:

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi}=\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow\vec{L}_{\Sigma}=\vec{L}_{\kappa o\iota\nu\acute{\eta}}\Rightarrow m\upsilon_0R=I_{o\lambda}\omega\Rightarrow m\upsilon_0R=\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\omega\Rightarrow$$

$$m\upsilon_0R=\left(\frac{1}{2}2mR^2+mR^2\right)\omega\Rightarrow m\upsilon_0R=2mR^2\omega\Rightarrow\omega=\frac{\upsilon_0}{2R}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Σ είναι: $K_0=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$.

Η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$K=\frac{1}{2}I_{o\lambda}\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\omega^2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}2mR^2+mR^2\right)\omega^2\Rightarrow K=\frac{1}{2}\left(mR^2+mR^2\right)\omega^2\Rightarrow$$

$$K=mR^2\omega^2=mR^2\frac{\upsilon_0^2}{4R^2}\Rightarrow K=m\frac{\upsilon_0^2}{4}=\frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2\Rightarrow K=\frac{K_0}{2}$$

Η θερμότητα που παράγεται μέχρι τα σώματα να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα είναι:

$$Q=K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}=K_0-\frac{K_0}{2}\Rightarrow Q=\frac{K_0}{2}$$

Θέμα Γ

Γ1. Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ τη στιγμή της εκτόξευσης έχουμε:

$$E=K+U\Rightarrow\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2+\frac{1}{2}Dd^2\Rightarrow A^2=\frac{m_1}{D}\upsilon_0^2+d^2\Rightarrow A=\sqrt{\frac{m_1}{k}\upsilon_0^2+d^2}\Rightarrow A=0{,}4m$$

Γ2. Το σώμα Σ_1 μετακινείται από την ακραία θέση στη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά άρα κινείται για χρονικό διάστημα $\Delta t=\frac{T}{4}=\frac{1}{4}2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}}\Rightarrow\Delta t=\frac{\pi}{20}s$

Γ3. Η κρούση είναι ελαστική και το σώμα Σ_1 μεταβιβάζει ολόκληρη την ενέργειά του στο σώμα Σ_2. Άρα μετά την κρούση το σώμα Σ_1 παραμένει ακίνητο στη θέση ισορροπίας οπότε τα σώματα έχουν ίσες μάζας και ανταλλάσσουν ταχύτητες.

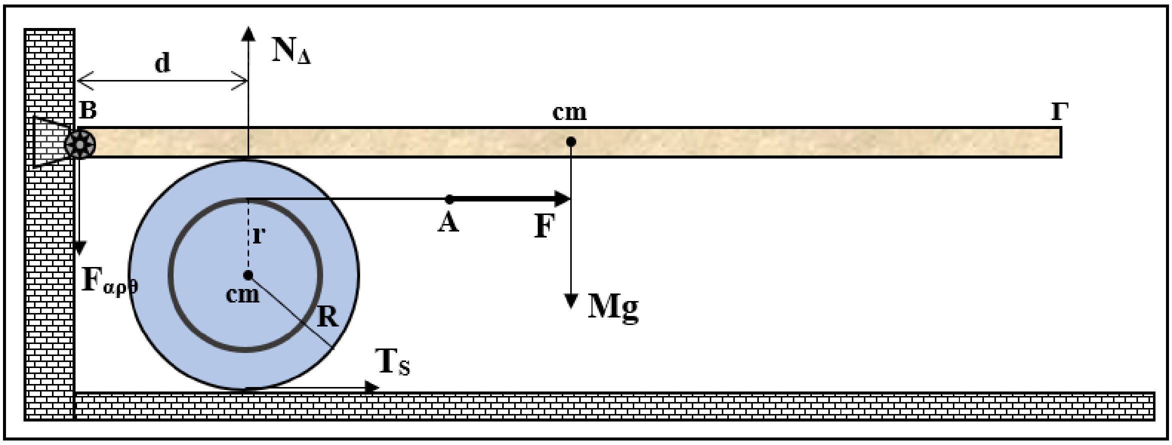
Ισχύει: $\upsilon_2'=\upsilon_1=\upsilon_{max}=\omega A=\sqrt{\frac{D}{m_1}}A=\sqrt{\frac{200}{2}}0{,}4\frac{m}{s}\Rightarrow\upsilon_2'=4\frac{m}{s}$

Γ4. Το σώμα Σ_2 κινούμενο πάνω στο κιβώτιο Σ_3 επιβραδύνεται λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το κιβώτιο Σ_3 λόγω της τριβής που δέχεται από το σώμα Σ_2 επιταχύνεται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν το σώμα Σ_2 σταματήσει να κινείται πάνω στο κιβώτιο, τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\kappa$. Το σύστημα των σωμάτων $\Sigma_2-\Sigma_3$ είναι μονωμένο αφού $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi}=\vec{0}$ οπότε ισχύει η ΑΔΟ: $\vec{p}_{\alpha\rho\chi}=\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow\vec{p}_2=\vec{p}_{\kappa o\iota\nu\acute{\eta}}\Rightarrow m_2\upsilon_2=\left(m_2+m_3\right)\upsilon_\kappa\Rightarrow\upsilon_\kappa=\frac{m_2\upsilon_2}{m_2+m_3}\Rightarrow\upsilon_\kappa=1\frac{m}{s}$

Γ5. Θερμότητα στο περιβάλλον μεταφέρεται για όσο το σώμα Σ_2 ολισθαίνει πάνω στο κιβώτιο Σ_3. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης Ενέργειας έχουμε:

$$E_{\alpha\rho\chi}=E_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow K_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+Q\Rightarrow Q=K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}=\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2-\frac{1}{2}\left(m_2+m_3\right)\upsilon_\kappa^2\Rightarrow Q=12J$$

Θέμα Δ



Δ1. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η δοκός ισορροπεί οριζόντια και δέχεται το βάρος της $M\vec{g}$, την κάθετη δύναμη $\vec{N}_\Delta$ από τον δίσκο και τη δύναμη $\vec{F}_{αρθ}$ από την άρθρωση στο άκρο B.

Έχουμε: $\Sigma\tau_B = 0 \Rightarrow \tau_{N_\Delta} - \tau_{Mg} = 0 \Rightarrow N_\Delta \cdot d = Mg\cdot\dfrac{\ell}{2} \Rightarrow N_\Delta = 150N$

Δ2. Όταν ο δίσκος έχει μετακινηθεί κατά x_{cm}, από την ισορροπία της δοκού έχουμε:

$$\Sigma\tau'_B = 0 \Rightarrow \tau'_{N_\Delta} - \tau_{Mg} = 0 \Rightarrow N_\Delta\cdot(d+x_{cm}) = Mg\cdot\frac{\ell}{2} \Rightarrow N_\Delta = \frac{Mg}{d+x_{cm}}\cdot\frac{\ell}{2}$$

και $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_\Delta = F_{αρθ} + Mg \Rightarrow F_{αρθ} = N_\Delta - Mg = \dfrac{Mg}{d+x_{cm}}\cdot\dfrac{\ell}{2} - Mg \Rightarrow$

$$F_{αρθ} = \frac{150}{1+x_{cm}} - 50 \Rightarrow F_{αρθ} = \frac{100-50x_{cm}}{1+x_{cm}} \text{ με } 0 \le x_{cm} \le 5m$$

Δ3. Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του δίσκου εφαρμόζοντας τους θεμελιώδεις νόμους έχουμε:

ΘΝΜ: $\Sigma F_x = ma_{cm} \Rightarrow F + T_S = ma_{cm}\ (1)$

ΘΝΣ: $\Sigma\tau = I_{cm}a_{γων} \Rightarrow Fr - T_S R = \dfrac{1}{2}mR^2 a_{γων} \Rightarrow F\dfrac{2}{3}R - T_S R = \dfrac{1}{2}mR^2 a_{γων} \Rightarrow$

$$F\frac{2}{3} - T_S = \frac{1}{2}mRa_{γων} \Rightarrow F\frac{2}{3} - T_S = \frac{1}{2}ma_{cm}\ (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow F + T_S + F\frac{2}{3} - T_S = ma_{cm} + \frac{1}{2}ma_{cm} \Rightarrow \frac{5}{3}F = \frac{3}{2}ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{9}\frac{F}{m} \Rightarrow a_{cm} = 2\frac{m}{s^2}$$

Δ4. Τη χρονική στιγμή t που το κέντρο μάζας έχει διανύσει απόσταση $x_{cm} = 4m \rightarrow x_{cm} = \dfrac{1}{2}a_{cm}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2x_{cm}}{a_{cm}}} = 2s$ ο δίσκος έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon_{cm} = a_{cm}t = 4\dfrac{m}{s}$.

α) Η κινητική ενέργεια του δίσκου είναι:

$$K_{ολ} = K_{μτφ} + K_{στρφ} = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{4}m\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$K_{ολ} = \frac{3}{4}m\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow K_{ολ} = 60J$$

β) Για την ισχύ της δύναμης έχουμε:

$$P_F = P_{F(μτφ)} + P_{\tau_F(στρφ)} = F\upsilon_{cm} + \tau_F\omega = F\upsilon_{cm} + Fr\omega = F\upsilon_{cm} + F\frac{2}{3}R\omega = F\upsilon_{cm} + \frac{2}{3}F\upsilon_{cm} \Rightarrow$$

$$P_F = \frac{5}{3}F\upsilon_{cm} \Rightarrow P_F = 60W$$