

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 2/9/2019

### Θέμα Α

- A1.** Ποτέ μια συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  καλείται 1-1 ;
- A2.** Ποτέ μια συνάρτηση  $f$  καλείται συνεχής στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$  ;
- A3.** Ποτέ μια συνάρτηση  $f$  καλείται παραγωγίσιμη στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$  ;
- A4.** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό :

« Για κάθε ζεύγος πραγματικών συναρτήσεων  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  , ισχύει ότι  
 $f(x) \cdot g(x) = 0$  αν και μόνο αν  $f(x) = 0$  ή  $g(x) = 0$  »

α) Είναι αληθής ή ψευδής η πρόταση ;

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α)

**A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  , τότε θα ισχύει  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Αν ισχύει  $f(x) \leq 1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  , τότε η  $f$  έχει μέγιστη τιμή το 1.
3. Αν υπάρχει το όριο της  $f$  στο  $x_0$  , τότε :  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
5. Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}^*$  .

Μονάδες : 3 - 4 - 4 - 4 - 10

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## Θέμα Β

Δίνονται οι συναρτήσεις :  $f(x) = \sqrt{x}$  και  $g(x) = \ln x$

**B1.** Να βρείτε τα πεδία ορισμού  $A_g$  και  $A_f$  .

**B2.** Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $h(x) = f(g(x))$  και  $K(x) = g(f(x))$ .

Με δεδομένο ότι  $h(x) = \sqrt{\ln x}$ ,  $x \geq 1$  και  $K(x) = \ln \sqrt{x}$ ,  $x > 0$ .

**B3.** Να λυθεί η ανίσωση  $K(x) < 1 - x$ .

**B4.** Να βρείτε την συνάρτηση  $h^{-1}$  .

Μονάδες : 2 - 8 - 7 - 8

## Θέμα Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις :

- $h(x) = \frac{x}{1-x}$ ,  $x \neq 1$
- $g(x) = (f \circ h)(x) = \ln x - \ln(1 - x)$ ,  $x \in (0,1)$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = \ln x$ ,  $x > 0$  .

**Γ2.** Να σχεδιάσετε την συνάρτηση  $|f(x + 1)|$

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη της.

**Γ4.** Αν  $w(x) = f\left(\frac{x}{1-x}\right) + f(\sqrt{e} - e^x) - f(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ , να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $w$  .

Μονάδες : 7 - 3 - 8 - 7

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει :

- $f(x) = \ln x + x^2, x > 0$
- $g$  συνεχής στο  $x_0 = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) + x^2}{x-1} = 3$

**Δ1.** Να δείξετε ότι η  $f$  είναι 1 – 1 .

**Δ2.** Να υπολογίσετε τα όρια :

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} \quad \text{iv) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{f(x)} \right]$$

**Δ3 . α)** Να βρείτε το  $g(1)$

**β)** Αν  $h(x) = \frac{\eta\mu(x-1)}{g(x)+1} + f(x) - 3, x \in (0,1)$  , να αποδείξετε  $h(x) < 0$  κοντά στο 1.

**Δ4.** Να λυθεί η ανίσωση :  $e^{x^4 - 5x^2 + 4 - \ln 3} > \frac{x}{x^2 + 2}$

**Μονάδες : 3 - 8 - 7 - 7**