

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

9/02/2019

ΖΗΤΗΜΑ Α

A1. Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με ρίζες τις x_1, x_2 . Να αποδείξετε ότι για το γινόμενο των ριζών ισχύει

$$P = \frac{\gamma}{\alpha} \text{ και για το άθροισμα των ριζών ισχύει } S = -\frac{\beta}{\alpha} \quad (10 \text{ μονάδες})$$

A2. Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός: « Αν στην εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ είναι $\alpha \cdot \gamma < 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες». Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή ή ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (1 – 4 μονάδες)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος.

1. Η εξίσωση $x^y = a$, $a < 0$ είναι αδύνατη
2. Ισχύει $|x| > 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$
3. Η εξίσωση $(\lambda^2 + 1)x + \lambda^2 - 2019 = 0$ έχει μοναδική λύση
4. Ισχύει $x^2 - (-1)^{35} > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
5. Η εξίσωση $(\lambda + 2)x - \lambda - 2 = 0$ έχει πάντα λύση (5x2 μονάδες)

ΖΗΤΗΜΑ Β

B1. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = -2x^2 + x + 1$. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το πρόσημο του γινομένου $f(-2019) \cdot f(0,00013) \cdot f(2^{65})$ (5 – 2 μονάδες)

B2. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων $-x^2 + 2x + 3 < 0$ και $x^2 - x - 20 \geq 0$ (10 μονάδες)

B3. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις

i) $\frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x - 3}$ ii) $\frac{-x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x - 4}$ (8 μονάδες)

ΖΗΤΗΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - x - (a-3)(a-2) = 0$

1. Να βρείτε τις τιμές του a ώστε η εξίσωση να έχει ρίζα το 5
2. Για τις τιμές του a που βρήκατε στο παραπάνω ερώτημα, να λύσετε την εξίσωση

(4 – 5 μονάδες)

Γ2. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{|x+3|-1}{2} - \frac{|x+3|-23}{5} < 5 + \frac{|x+3|+4}{4}$

(8 μονάδες)

Γ3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων $x^2 - 9 < 0$ και $|2x-1| \leq |3-2x|$

(8 μονάδες)

ΖΗΤΗΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 5x - 4 = 0$

1. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες
2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης

(2 μονάδες)

ι) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις α) $x_1^2 + x_2^2$ β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ γ) $x_1^4 + x_2^4$

(6 μονάδες)

3. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τις $\rho_1 = 2x_1 - 3$ και $\rho_2 = 2x_2 - 3$

(6 μονάδες)

Δ2. i) Να λυθεί η εξίσωση $x^3 - 5x^2 + 7x = 0$

(3 μονάδες)

ii) Δίνεται η εξίσωση $x - 5 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^3 - 5x^2 + 7x} = 0$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παραπάνω εξίσωση;

(2 μονάδες)

- β) Να λυθεί η παραπάνω εξίσωση

(6 μονάδες)