

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 15 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020

A' ΜΕΡΟΣ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο K τέτοιο ώστε $\overline{BK} = 2\overline{K\Gamma}$
- Να γράψετε το διάνυσμα \overline{AK} ως γραμμικό συνδυασμό των \overline{AB} και $\overline{A\Gamma}$
Αν M είναι το μέσο του BK τότε:
 - Να γράψετε το \overline{AM} συναρτήσει των \overline{AB} και $\overline{A\Gamma}$.
 - Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\vec{v} = \overline{AM} + \overline{A\Gamma}$ είναι παράλληλο στο \overline{AK} .
- A2.** Έστω A, B, Γ, Δ σημεία μη συνευθειακά αν τρία για τα οποία ισχύει ότι :
- $$2\overline{A\Gamma} - 6\overline{AB} - 5\overline{B\Delta} = \overline{A\Gamma} - 3\overline{A\Delta} .$$
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - Να βρείτε σημείο M τέτοιο ώστε να ισχύει: $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{M\Gamma} = \overline{M\Delta}$.

(Μονάδες 5x5)

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Να βρείτε τους αριθμούς x και y ώστε τα διανύσματα $\vec{u} = (3x - 2y, x + y) + 3\vec{i} - \vec{j}$ και $\vec{v} = (x + y, 5x + 4y) - \vec{i} + \vec{j}$ να είναι ίσα.
- B2.** Δίνεται διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, -1)$. Να βρείτε διάνυσμα αντίρροπο του $\vec{\alpha}$ που να έχει μέτρο $4\sqrt{5}$.
- B3.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda, 1 - \lambda), \vec{\beta} = (\lambda + 1, 2)$ και $\vec{\gamma} = (6, -10)$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Αν ισχύει ότι $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) // \vec{\gamma}$ τότε:
- Να βρείτε την τιμή του λ .
 - Να βρείτε το $|5\vec{\alpha} - 6\vec{\beta}|$
 - Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{v} = 3\vec{j}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(Μονάδες 5x5)

B' ΜΕΡΟΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $y^2 - 2x = x^2 + 1$ παριστάνει δύο ευθείες και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο τομής τους. **(Μονάδες 5)**

Γ2. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{y-3} = 5 \\ \sqrt{2x+1} - \sqrt{4y-12} = -1 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \text{**(Μονάδες 10)**}$$

Γ3. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = 3x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 10$.

i) Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η ευθεία εφάπτεται στον κύκλο.

(Μονάδες 5)

ii) Για $\lambda = 10$, να βρείτε το σημείο επαφής της ευθείας και του κύκλου. **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 22$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης f στη μορφή $f(x) = \alpha(x - p)^2 + q$, $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 4)

ii) Να βρείτε με ποια οριζόντια και ποια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$ προκύπτει η γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 4)

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} για την οποία ισχύουν:

- Η f είναι γνησίως μονότονη
- Η C_f διέρχεται από τα σημεία $A(1, -3)$ και $B(5, -4)$
- Η f είναι περιττή

i) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 4)

ii) Να λύσετε την ανίσωση $f(f(x) - 2) > 4$.

(Μονάδες 4)

iii) Να αποδείξετε ότι $f(x^2 - 2|x|) \leq 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 5)

iv) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $\Pi = f(0) + f(-\sqrt{27}) + f(3\sqrt{3})$.

(Μονάδες 4)

Ο ι δ ι δ ά σ κ ο ν τ ε ς Μ α θ η μ α τ ι κ ώ ν
σ ά ς ε υ χ ό μ α σ τ ε Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!
κ α ι κ α λ ή ε π ά ν ο δ ο σ τ ι ς τ ά ξ ε ι ς σ α ς ...