

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 23/02/2020

### ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να γραφούν οι παραγοντοποιημένες μορφές και το πρόσημο του τριωνύμου  $ax^2 + bx + \gamma$  με  $a \neq 0$  για τις διάφορες τιμές της διακρίνουσας  $\Delta$ . **6μ.**
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τον παρακάτω ισχυρισμό ως Σωστό ή Λάθος  
<< Αν η ανίσωση  $0 \cdot x \leq \mu$  είναι αδύνατη, τότε η ανίσωση  $\mu \cdot x \leq 3 \cdot \mu$  είναι αδύνατη.>> Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **1+4μ.**
- A3.** Αν το τριώνυμο  $x^2 + \beta x + \gamma$  έχει ρίζες το 4 και το  $\rho$  και επιπλέον η τιμή του τριωνύμου για  $x=2$  είναι αρνητική τότε ισχύει ότι:  
α.  $\rho < 2$       β.  $2 < \rho < 4$       γ.  $\rho > 4$       δ.  $\rho = 4$  **4μ.**
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές ή Λάθος:
- Ισχύει ότι  $x^2 > 4 \Leftrightarrow x > 4$  η  $x > -4$
  - Αν η εξίσωση  $2x^2 + \beta x + \gamma$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$  τότε και η ανίσωση  $2x^2 + \beta x + \gamma \leq 0$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$ .
  - Αν το  $\rho < 0$ , τότε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης  $|x| < \rho$  είναι το  $(-\rho, \rho)$ .
  - Αν η διακρίνουσα ενός τριωνύμου είναι αρνητική τότε το τριώνυμο είναι αρνητικό.
  - Η εξίσωση  $(\lambda^2 + 1)x^2 + 2020x - |\mu| - 1$  έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες για οποιεσδήποτε τιμές των  $\lambda$  και  $\mu$ . **10μ.**

### ΘΕΜΑ Β

- B1.** Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:
- $(x+1)^4 - 5(x+1)^2 + 4 = 0$
  - $\frac{3}{2x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{2}{x}$
  - $(x^4 + 2)^4 - 81 = 0$  **12μ.**

**B2.** Να απλοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις:

i.  $\frac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x - 3}$

ii.  $\frac{x^6 - 7x^3 - 8}{x^2 - x - 2}$

**6μ.**

**B3.** Να λύσετε την ανίσωση  $9 < x^2 < 4x + 3$

**7μ.**

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

i.  $\frac{|x-3|-2}{3} + \frac{|x-3|+1}{4} < \frac{2|3-x|-1}{6}$

ii.  $x^2 - 3|x| - 4 < 0$

**10μ.**

**Γ2.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  το τριώνυμο  $x^2 + (\lambda - 3)x + 6 - \lambda$  είναι πάντα θετικό.

**8μ.**

**Γ3.** Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων  $-x^2 + 2x - 3 < 0$  και  $x^2 - x - 20 \leq 0$

**7μ.**

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + 1 = 0$  (1) με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

i. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

ii. Να αποδείξετε ότι αν ο αριθμός  $\rho$  είναι ρίζα της εξίσωσης (1), τότε και ο

αριθμός  $\frac{1}{\rho}$  είναι επίσης ρίζα της εξίσωσης (1).

iii. Για  $\lambda > 2$  να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης (1) είναι θετικοί αριθμοί.

iv. Για  $\lambda > 2$  να αποδείξετε ότι  $x_1 + 4x_2 \geq 4$ , με  $x_1, x_2$  τις ρίζες της εξίσωσης (1) **4x5μ.**

**Δ2.** Δίνεται το τριώνυμο  $x^2 - 2x - 8$ . Αν  $\kappa = -\frac{8889}{4444}$  τότε να ελέγξετε αν ο αριθμός

$\kappa^2 - 2\kappa - 8$  είναι θετικός, αρνητικός ή μηδέν.

**5μ.**

**Καλή Επιτυχία!!!**