

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΆΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ  
28/3/2021

**Θέμα Α**

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις ως σωστές ή λάθος, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

1. Η ανίσωση :  $x^2 + κx + κ^2 > 0$ ,  $κ \neq 0$  αληθεύει για κάθε  $x$ .
2. Η εξίσωση :  $2x^2 + 3αx + α^2 = 0$  δεν έχει πραγματικές ρίζες.
3. Η ανίσωση :  $-x^2 + 2x + γ \geq 0$  είναι αδύνατη όταν  $γ < -1$ .

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

1. Ισχύει ότι  $x^2 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \pm 1$
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει  $x^2 - x + 1 \leq 0$
3. Η εξίσωση  $αx^2 + βx + γ = 0$ ,  $α \neq 0$  αν έχει μία διπλή ρίζα  $ρ$  έχει παραγοντοποιημένη μορφή  $(x - ρ)^2 = 0$
4. Το άθροισμα  $n$  όρων Αριθμητικής προόδου υπολογίζεται με τον τύπο  $S_n = \frac{n}{2}(α_1 + (n - 1)ω)$
5. Οι αριθμοί 7, 9 και 12 είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής προόδου.  
(Μονάδες : 15 – 10)

**Θέμα Β**

**B1.** Οι αριθμοί  $A = 1$ ,  $B = x + 4$ ,  $Γ = x + 8$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου  $(α_n)$ .

α) Να βρείτε τη τιμή του  $x$ .

β) Αν  $x = 1$  και ο αριθμός  $A$  είναι ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου  $(α_n)$ ,

i) να υπολογίσετε τη διαφορά  $ω$ .

ii) να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου.

**B2.** Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $(α_n)$  με όρους  $α_2 = 0$ ,  $α_4 = 4$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $ω = 2$  και  $α_1 = -2$ , όπου  $ω$  είναι η διαφορά της προόδου και  $α_1$  ο πρώτος όρος της.

β) Να αποδείξετε ότι ο  $n$ -οστός όρος της προόδου είναι ίσος με  $α_n = 2n - 4$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  και να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 98

(Μονάδες : 10 – 15)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030  
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## Θέμα Γ

Γ1. α) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{|x+1|}{3} - \frac{|x+1|+4}{5} = \frac{2}{3}$

β) Να λύσετε την ανίσωση:  $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$

γ) Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης του (α) ερωτήματος είναι και λύσεις της ανίσωσης του (β) ερωτήματος.

Γ2. Δίνεται το τριώνυμο:  $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα  $\Delta$  του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

β) Για ποιες τιμές του  $\lambda$  το παραπάνω τριώνυμο έχει δύο ρίζες ίσες;

γ) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , ώστε  $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda \leq 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες: 9 – 16)

## Θέμα Δ

Δ1. Θεωρούμε το τριώνυμο  $f(x) = 3x^2 + kx - 4$  με παράμετρο  $k \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του  $k$ , το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Οι ρίζες του τριωνύμου είναι ομόσημες ή ετερόσημες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες του τριωνύμου και  $\alpha, \beta$  δύο πραγματικοί ώστε να ισχύει:  $\alpha < x_1 < x_2 < \beta$ , να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου  $\alpha \cdot f(\alpha) \cdot \beta \cdot f(\beta)$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ2. Το τριώνυμο  $x^2 + kx + k^2 - 7$  έχει ρίζες  $x_1, x_2$ , για τις οποίες ισχύει  $x_1 < -1 < x_2$ . Να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει το  $k$ .

(Μονάδες: 20 – 5)