

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-11-2021

Θέμα Α

A1 Τι ονομάζουμε ακτίνο;

A2 Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$.

A3 Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ισχύουν

(i) $\eta\mu^2 \theta + \sigma\upsilon\nu^2 \theta = 1$

(ii) $\epsilon\phi \theta = \frac{\eta\mu \theta}{\sigma\upsilon\nu \theta}$

(iii) $1 + \epsilon\phi^2 \theta = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 \theta}$

A4 Να χαρακτηρίστε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις που ακολουθούν

(i) Υπάρχει γωνία x για την οποία ισχύει $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x = 2$.

(ii) Αν $\sigma\upsilon\nu x = 0$ τότε αναγκαστικά θα ισχύει $\eta\mu x = 1$.

(iii) Ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu 2 > 0$.

(iv) Αν μια συνάρτηση είναι άρτια στο \mathbb{R} και έχει ρίζα τον αριθμό ρ τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό $-\rho$.

(v) Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ έχει το πολύ 1 ρίζα στο Δ .

(Μονάδες: 4 – 5 – 6 – 10)

Θέμα Β

B1 Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση $f(x) = |x + 3| + 2, x \in \mathbb{R}$.

B2 Δίνεται η συνάρτηση $h(x) = x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης g της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δυο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφική παράστασης της h κατά 2 μονάδες δεξιά και κατά 3 μονάδες προς τα πάνω

B3 Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές στο πεδίο ορισμού τους

(i) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

(ii) $g(x) = x^3 + x$

(iii) $h(x) = \sqrt{x-2}$

(iv) $\phi(x) = |x-1| - |x+1|$

(Μονάδες: 4 – 5 – 16)

Θέμα Γ

Γ1 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - ax - a + 3, x \in \mathbb{R}$ (όπου a :σταθερά) της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-2, -10)$.

(i) Να αποδείξετε ότι $a = 3$.

(ii) Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή στο \mathbb{R} .

Γ2 (i) Να εξετάσετε αν υπάρχουν γωνίες x για τις οποίες να ισχύει ταυτόχρονα $\eta\mu x = 0$ και $\sigma\upsilon\nu x = 0$

(ii) Αν για κάποια γωνία x ισχύει $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi x = 1$

Γ3 Αν $\eta\mu\omega = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

(Μονάδες: 12 – 6 – 7)

Θέμα Δ

Δ1 Αν $2 \sigma\upsilon\nu^2 x - 5 \sigma\upsilon\nu x + 2 = 0$ και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = 2 \eta\mu x + \epsilon\phi x$.

Δ2 Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ισχύουν

(i) $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

(ii) $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu x}$

(iii) $(1 - \sigma\upsilon\nu x) \left(1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}\right) = \eta\mu x \epsilon\phi x$

Δ3 Να αποδείξετε ότι για κάθε ω ισχύει $-1 \leq \frac{\sqrt{3} \eta\mu\omega}{2+\sigma\upsilon\nu\omega} \leq 1$

(Μονάδες: 10 – 9 – 6)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!