

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030  
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 12/12/2021

ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να διατυπώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο μη μηδενικών διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ .

**A2.** Να αποδείξετε ότι αν  $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{a}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$  εφόσον  $\vec{a}, \vec{\beta} \notin y'y$

**A3.** Να απαντήσετε με Σωστό ή Λάθος στα παρακάτω ερωτήματα :

i. Αν  $\vec{i}$  και  $\vec{j}$  τα μοναδιαία διανύσματα τότε ισχύει  $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$ .

ii. Ο συντελεστής διεύθυνσης ενός διανύσματος το οποίο δεν είναι παράλληλο με τον  $y'y$  είναι ίσος με την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα με τον  $x'x$ .

iii. Για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει  $(\vec{a} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 \cdot \vec{\beta}$ .

iv. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  τότε ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$  είναι  $\lambda_{\overrightarrow{AB}} = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$  με  $y_1 \neq y_2$ .

v. Η ευθεία  $x=2$  έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν. (8 – 7 – 10)

ΘΕΜΑ Β

Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών στις παρακάτω περιπτώσεις:

i. Διέρχεται από το σημείο  $A(-3,5)$  και σχηματίζει με τον  $x'x$  γωνία  $\hat{\omega} = \frac{3\pi}{4}$ .

ii. Διέρχεται από το σημείο  $B(-2, -3)$  και είναι κάθετο στην ευθεία  $3y + 2x - 8 = 0$

iii. Διέρχεται από το σημείο  $\Gamma(4, -5)$  και είναι παράλληλη του διανύσματος  $\vec{\delta} = (3,0)$

iv. Διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1: 3x + 4y - 11 = 0$   
και  $\varepsilon_2: 2x - 3y + 21 = 0$

v. Διέρχεται από το σημείο  $\Delta(-1,3)$  και είναι παράλληλη στην διχοτόμο της γωνίας του δεύτερου και τέταρτου τεταρτημόριου (5x5)

### ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Θεωρούμε τα σημεία  $A(\alpha + 1, 3)$ ,  $B(\alpha, 4)$  και  $\Gamma(-4, 5\alpha + 4)$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$
- Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha$ , τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  είναι συνευθειακά
  - Αν  $\alpha=1$  να βρείτε αν υπάρχει  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{A\Gamma}$  να είναι ομόρροπα
- Γ2.** Έστω δύο διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  με  $|\vec{a}| = 2$  και  $|\vec{\beta}| = \sqrt{2}$  και  $(\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}) = \frac{5\pi}{6}$  και  $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{\beta}$ .
- Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\beta} \cdot \vec{u}$ .
  - Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{u}$ . (6 – 6 – 6 – 7)

### ΘΕΜΑ Δ

- Δ1.** Δίνονται τα σημεία  $A(5, 5)$ ,  $B(9, -7)$  και  $\Gamma(-5, -5)$ .
- Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  είναι κορυφές τριγώνου.
  - Να βρείτε την εξίσωση του ύψους  $B\Delta$
  - Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου  $\Gamma M$
  - Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς  $B\Gamma$ .
- Δ2.** Αν  $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 1$  και  $\vec{u} = 3\vec{a} - \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{a} + \vec{\beta}$  καθώς και  $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{3}$  να βρεθεί το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ . (5x5)

**Καλή επιτυχία!!!!**