

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 31/10/2021

Μαθηματικά Προσανατολισμού

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Πότε λέμε ότι δύο διανύσματα είναι ίσα; (3μ.)
- A2.** Να ορίσετε το γινόμενο ενός πραγματικού αριθμού λ με ένα διάνυσμα \vec{a} . (4μ.)
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:
- Αν $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$ τότε ισχύει ότι $\vec{a} = \vec{\beta}$.
 - Αν ισχύει ότι $|\overline{A\Gamma}| = |\overline{\Gamma B}|$ τότε ισχύει ότι το Γ είναι το μέσο του AB .
 - Δύο διανύσματα που δεν είναι ομόρροπα, είναι αντίρροπα. (3μ.)
- A4.** Έστω A, B, Γ και Δ τρία σημεία μη συνευθειακά για τα οποία ισχύει η σχέση :
 $\overline{AE} - \overline{H\Gamma} = \overline{AZ} + \overline{BH} - \overline{EZ}$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. (5μ.)
- A5.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (\lambda^2 + 3\lambda, \lambda^2 - 9)$ και $\vec{\beta} = (\lambda - 5, 3\lambda - 1)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε :
- Το \vec{a} να είναι το μηδενικό διάνυσμα.
 - Το $\vec{a} \neq \vec{0}$ και $\vec{a} \parallel x'x$
 - Το $\vec{a} \neq \vec{0}$ και $\vec{a} \parallel y'y$
 - Τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ να είναι αντίθετα. (10μ.)

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (4, 6)$, $\vec{\beta} = (-3, 1)$ και $\vec{\gamma} = (-1, 15)$. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$. (6μ.)
- B2.** Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ και τυχαίο σημείο O . Αν $\overline{OA} = \vec{a} + 2\vec{\beta} + 5\vec{\gamma}$,
 $\overline{OB} = -\vec{a} + 3\vec{\beta} + 4\vec{\gamma}$ και $\overline{OG} = 3\vec{a} + \vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$, τότε :
- Να εκφράσετε τα διανύσματα \overline{AB} και \overline{AG} ως συναρτήσεις των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.
 - Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά. (6μ.)
- B3.** Δίνονται τα σημεία A, B, Γ, Δ και E για τα οποία ισχύει ότι $5\overline{AD} - 3\overline{AE} - 4\overline{AG} = 4\overline{EB} - \overline{EG} + 9\overline{BD}$.
Να αποδείξετε ότι το A, B και Γ είναι συνευθειακά. (6μ.)
- B4.** Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z σημεία τέτοια ώστε : $\overline{AE} = \frac{2}{5}\overline{AD}$ και $\overline{AZ} = \frac{2}{7}\overline{AG}$.
- Να γράψετε τα διανύσματα \overline{EZ} και \overline{ZB} ως γραμμικό συνδυασμό των \overline{AB} και \overline{AD} .
 - Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, Z και E είναι συνευθειακά. (7μ.)

Άλγεβρα

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Να δοθεί ο ορισμός μιας γνησίως φθίνουσας συνάρτησης σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της. (8μ.)
- Γ2.** Να δοθεί ο ορισμός μιας περιττής συνάρτησης. (5μ.)
- Γ3.** Να δοθεί ο ορισμός του ολικού ελαχίστου μιας συνάρτησης. (4μ.)
- Γ4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).
- i. Η συνάρτηση $f : [1,5] \rightarrow \mathbf{R}$ με $f(x) = 3x^2$ είναι άρτια.
- ii. Το σύστημα $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -x + 3y = -2 \end{cases}$ είναι αδύνατο.
- iii. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
- iv. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$ οι εξισώσεις του οποίου παριστάνουν τις ευθείες ϵ και ϵ' .
- α)** Αν $D = 0$ τότε το σύστημα έχει υποχρεωτικά άπειρες λύσεις
- β)** Αν $D = -2\lambda^2 + \lambda - 6$ τότε οι ευθείες ϵ και ϵ' τέμνονται
- v. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- vi. Αν για κάθε $x \in D_f$ ισχύει $f(x) \geq 1$ τότε η f παρουσιάζει ελάχιστο.
- vii. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \sim και ισχύει $f(4) < f(5)$ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.
- viii. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$. (8μ.)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} (\lambda - 2)x + 5y = 5 \\ x + (\lambda + 2)y = 5 \end{cases}$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ (9μ.)

Δ2. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\text{i) } \begin{cases} x = x^2 - y^2 \\ y = -2xy \end{cases} \quad \text{ii) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 - 2xy - 2y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{iii) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = -2 \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 11 \end{cases} \quad (6\mu.)$$

Δ3. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$ και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα. (6μ.)

Δ4. Δίνεται η παραβολή $y = -x^2$ και η ευθεία $y = 2x + \kappa$. Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε η ευθεία να τέμνει την παραβολή σε δύο σημεία. (4μ.)

Καλή Επιτυχία!!!!