Λύσεις διαγωνίσματος Φυσικής Γ' λυκείου 10/12/2022

ΘΕΜΑ Α

Α1 - α , Α2 - γ , Α3 - β , Α4 - γ , Α5 Λ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

$\boxed{B1 - β}$ $A'_r = 0: \ r_1 - r_2 = (2N'+1)\frac{\lambda_1}{2} \xrightarrow{N'=2} r_1 - r_2 = \frac{5}{2}\frac{υ}{f_1}$ (1)

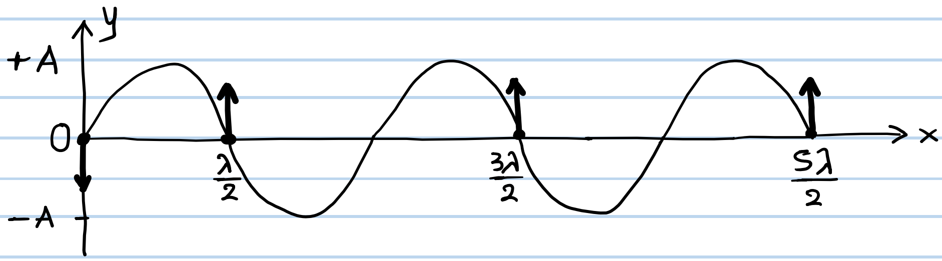
$A'_r = 2A: \ r_1 - r_2 = N\lambda_2 \xrightarrow{N=1} r_1 - r_2 = \frac{υ}{f_2}$ (2)

(1) = (2) $\Rightarrow \frac{5}{2}\frac{υ}{f_1} = \frac{υ}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{2}{5} f_1 \Rightarrow \boxed{f_2 = 0,4 f_1}$ (β)

$\boxed{B2 - γ}$ Το σημείο Δ στη θέση $x_Δ = \lambda$ ξεκινά από τη χρονική στιγμή $t_Δ$. Ισχύει $x_Δ = \lambda \Rightarrow υ t_Δ = \lambda \Rightarrow t_Δ = \frac{\lambda}{υ} \Rightarrow t_Δ = T$

Όταν έχει μέγιστη κινητική ενέργεια για 3η φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης $Δt_{ταλ} = T + \frac{T}{2} = \frac{3T}{2}$ οπότε το κύμα διαδίδεται στο ελαστικό μέσο για χρόνο $t = t_Δ + Δt_{ταλ} = T + \frac{3T}{2} \Rightarrow t = \frac{5T}{2}$.

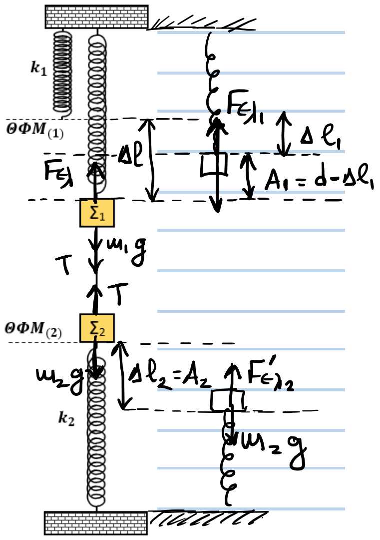
Μέχρι τότε το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_{τελ} = υt = \frac{\lambda}{T}\frac{5T}{2} \Rightarrow x_{τελ} = \frac{5\lambda}{2}$



Τη χρονική στιγμή $t = \frac{5T}{2}$ η πηγή Ο έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις οπότε για $x=0$, $y=0$, $V = -V_{max}$. Για τα σημεία που έχουν αντίθετη ταχύτητα από την πηγή ισχύει $y=0$ και $V = +V_{max}$. Τα σημεία αυτά θα βρίσκονται στις θέσεις $x = k\lambda + \lambda/2$ με $x \le \frac{5\lambda}{2}$

Άρα είναι τρία σημεία στις θέσεις $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$ (γ)

B3	A - β	B - α



A) Για τις περιόδους ταλάντωσης των σωμάτων έχουμε:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{και} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}} = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1}{2}T_1 \Rightarrow T_1 = 2T_2$$

Άρα η χρονική στιγμή t που τα σώματα θα βρεθούν ταυτόχρονα πρώτη φορά στις θέσεις απ' όπου ξεκίνησαν αατ (αμέσως μόλις κοπεί το νήμα) θα είναι όταν το $Σ_1$ έχει ολοκληρώσει την πρώτη ταλάντωση και το $Σ_2$ έχει ολοκληρώσει τη δεύτερη, δηλαδή $\boxed{t = 2T_2 = T_1}$ (β)

B) Μόλις κοπεί το νήμα τα σώματα ξεκινούν αατ από τις ακραίες θέσεις.

Για την αρχική θέση ισορροπίας του συστήματος έχουμε:

Για $Σ_2$: $ΣF_{2y} = 0 \Rightarrow T = m_2 g = mg$

Για $Σ_1$: $ΣF_{1y} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g + T \Rightarrow k_1 Δ\ell = 2mg \Rightarrow Δ\ell = \frac{2mg}{k}$

Για τις θέσεις ισορροπίας αατ των σωμάτων έχουμε:

Για $Σ_2$: $ΣF'_{2y} = 0 \Rightarrow F_{ελ_2} = m_2 g \Rightarrow k_2 Δ\ell_2 = mg \Rightarrow Δ\ell_2 = \frac{mg}{k_2} = \frac{mg}{4k}$

Ισχύει: $A_2 = Δ\ell_2 = \frac{mg}{4k}$ (1)

Για $Σ_1$: $ΣF'_{1y} = 0 \Rightarrow F_{ελ_1} = m_1 g \Rightarrow k_1 Δ\ell_1 = mg \Rightarrow Δ\ell_1 = \frac{mg}{k_1} = \frac{mg}{k}$

Ισχύει: $A_1 = Δ\ell - Δ\ell_1 = \frac{2mg}{k} - \frac{mg}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{mg}{k} = Δ\ell_1$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow A_1 = 4A_2$

$$\frac{υ_{1max}}{υ_{2max}} = \frac{ω_1 A_1}{ω_2 A_2} = \frac{\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}}{\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}}\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{4k}{m}}}\frac{4A_2}{A_2} = \sqrt{\frac{1}{4}}\cdot 4 \Rightarrow \boxed{\frac{υ_{1max}}{υ_{2max}} = 2}$$ (α)

Θέμα Γ

$y = 0{,}4 \cdot \eta\mu(2\pi t)$ SI $\rightarrow A = 0{,}4m$, $\omega = 2\pi\ rad/s \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\ sec \rightarrow f = 1Hz$

Γ1 Άφιξη κύματος στο Γ, θέση $x_\Gamma = 2m$, τη χρονική στιγμή $t_\Gamma = 4T = 4sec$

Όταν βρεθεί σε ακραία θέση 1η φορά θα ταλαντώνεται για $t_{\tau\alpha\lambda} = \frac{T}{4} = 0{,}25s$

Αυτό θα συμβεί τη χρονική στιγμή $t = t_\Gamma + t_{\tau\alpha\lambda} = (4+0{,}25)s \Rightarrow \boxed{t = 4{,}25\ s}$

Γ2 Το σημείο Γ έχει εκτελέσει δύο πλήρεις ταλαντώσεις τη χρονική στιγμή $t_1 = t_\Gamma + 2T = (4+2)s \Rightarrow t_1 = 6s$

Η εξίσωση κύματος είναι $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

Ταχύτητα διάδοσης κύματος $\upsilon = \frac{x_\Gamma}{t_\Gamma} = \frac{2}{4} m/s \Rightarrow \upsilon = 0{,}5 m/s$ (για το ελαστικό μέσο)

Ισχύει $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = 0{,}5m$

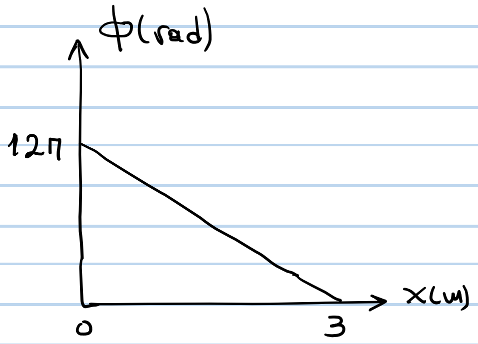
Άρα $y = 0{,}4\,\eta\mu(2\pi t - 4\pi x)$ SI

Φάση κύματος $\boxed{\phi = 2\pi t - 4\pi x \quad SI}$

Την $t_1 = 6s \rightarrow \phi = 12\pi - 4\pi x$ SI

Για $x = 0 \rightarrow \phi = 12\pi\ rad$

Για $\phi = 0 \rightarrow x = 3m$



Γ3 $y_{\Pi_1} = y_{\Pi_2} = 0{,}4\,\eta\mu(2\pi t)$ SI , $\upsilon' = 2m/s$ ταχύτητα διάδοσης για το υγρό

$r_1 = 10m$, $r_2 < r_1$

Το σημείο Σ ανήκει στην υπερβολή ενίσχυσης $N = 2$ άρα ισχύει:

$r_1 - r_2 = N\lambda'$ όπου $\upsilon' = \frac{\lambda'}{T} \Rightarrow \lambda' = \upsilon' T \Rightarrow \lambda' = 2 m/s$.

$10 - r_2 = 2 \cdot 2 \Rightarrow r_2 = 6m$

Οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που φτάνουν στο σημείο Σ είναι:

Από πηγή Π_1 : $y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_1}{\lambda'}\right) \Rightarrow y_1 = 0{,}4 \cdot \eta\mu(2\pi t - 10\pi)$ SI

το κύμα από την Π_1 φτάνει στο Σ : $r_1 = \upsilon' t_{1\Sigma} \Rightarrow t_{1\Sigma} = \frac{r_1}{\upsilon'} = 5s$

Από πηγή Π_2 : $y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_2}{\lambda'}\right) \Rightarrow y_2 = 0{,}4\,\eta\mu(2\pi t - 6\pi)$ SI

το κύμα από την Π_2 φτάνει στο Σ : $r_2 = \upsilon' t_{2\Sigma} \Rightarrow t_{2\Sigma} = \frac{r_2}{\upsilon'} = 3s$

Για την εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης του Σ ισχύει:

$$y_\Sigma = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le t_{2\Sigma} \\ y_2 & t_{2\Sigma} \le t \le t_{1\Sigma} \\ y_1 + y_2 & t \geq t_{1\Sigma} \end{cases}$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,25\,s$ δεν έχει φτάσει κάποιο κύμα στο σημείο Σ άρα $\boxed{y_\Sigma = 0}$

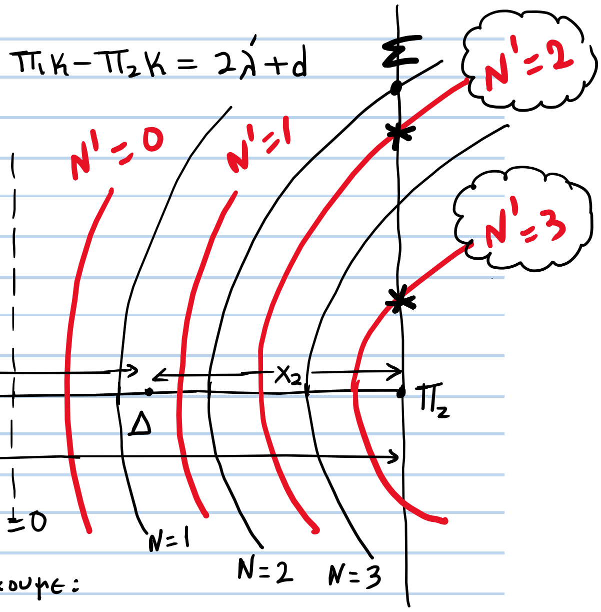
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 3,25\,s$ έχει φτάσει μόνο το κύμα από την πηγή Π_2 άρα $y_\Sigma = y_2 = 0,4\,ημ(2π\cdot 3,25 - 6π) = 0,4\,ημ(6,5π - 6π)$

$\Rightarrow y_\Sigma = 0,4\,ημ(0,5π) = 0,4\,ημ\frac{π}{2} \Rightarrow \boxed{y_\Sigma = +0,4m}$

Γ4 Το σημείο Κ ανήκει στην υπερβολή ενίσχυσης $N=2$.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Άρα ισχύει } \Pi_1K - \Pi_2K = 2\lambda' \\ &\text{Επίσης ισχύει } \Pi_1K + \Pi_2K = d \end{aligned}\right\} \oplus \Rightarrow \Pi_1K - \Pi_2K + \Pi_1K - \Pi_2K = 2\lambda' + d$$

$\Rightarrow 2\Pi_1K = (2\cdot 2 + 8)\,m \Rightarrow \boxed{\Pi_1K = 6m}$



Γ5 Αρκεί να βρούμε πόσες υπερβολές ακυρωτικής συμβολής τέμνουν το $\Pi_2\Sigma$

Έστω σημείο Δ σε απόσβεση πάνω στο ευθ. τμήμα $\Pi_1\Pi_2$

$$\left.\begin{aligned} &\text{Ισχύει } x_1 - x_2 = (2N'+1)\frac{\lambda'}{2} \\ &\text{Επίσης } x_1 + x_2 = d \end{aligned}\right\} \text{αφαιρώντας κατά μέλη έχουμε:}$$

$x_1 + x_2 - x_1 + x_2 = d - (2N'+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow 2x_2 = 8 - 2N' - 1 \Rightarrow x_2 = 3,5 - N'$

Όμως $0 < x_2 < \Pi_2K$ όπου $\Pi_2K = d - \Pi_1K = 2m$

$0 < 3,5 - N' < 2 \Rightarrow -3,5 < -N' < -1,5 \Rightarrow 1,5 < N' < 3,5$

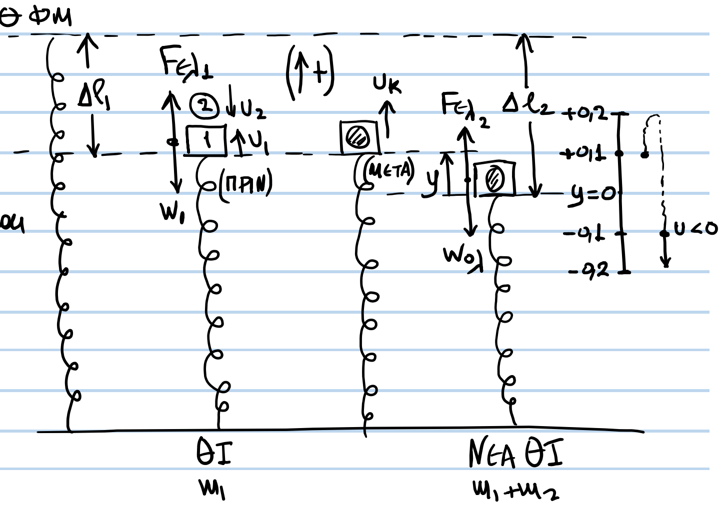
Άρα $N' = 2$, $N' = 3 \rightarrow$ 2 υπερβολές ακυρωτικής συμβολής.

Η κάθε υπερβολή έχει ένα κοινό σημείο με το $\Pi_2\Sigma$, άρα $\boxed{2 \text{ ακίνητα}}$

ΘΕΜΑ Δ

$m_1 = 3\,kg$, $k = 100\,N/m$ $\quad A_1 = 0,4\,m$

$D = k$, $m_2 = 1\,kg$ $\quad υ_2 = 2\sqrt{3}\,m/s$



Δ1 Το $Σ_1$ πριν την κρούση βρίσκεται στη ΘΙ της ααт που εκτελεί με

$$D = k = m_1 ω_1^2 \Rightarrow ω_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\,rad/s$$

Έχοντας $υ_1 = υ_{1max} = ω_1 A_1 = \frac{10\sqrt{3}}{3} \cdot 0,4\,m/s$

$$\Rightarrow \boxed{υ_1 = \frac{4\sqrt{3}}{3}\,m/s}$$

Πλαστική κρούση ΑΔΟ: $\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{κοινη}$ (↑+)

$$\Rightarrow m_1υ_1 - m_2υ_2 = m_{ολ}υ_K \Rightarrow υ_K = \frac{m_1υ_1 - m_2υ_2}{m_{ολ}} \Rightarrow υ_K = \frac{4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{4}\,m/s \Rightarrow \boxed{υ_K = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{m}{s}}$$

Δ2 Από ΘΙ m_1: $ΣF_1 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 \Rightarrow kΔl_1 = m_1 g \Rightarrow Δl_1 = \frac{m_1 g}{k} = 0,3\,m$

Στη ΝΕΑ ΘΙ για $m_{ολ}$: $ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_{ολ} \Rightarrow kΔl_2 = m_{ολ} g \Rightarrow Δl_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} = 0,4\,m$.

Αμέσως μετά την κρούση ΑΔΕΤ για $m_{ολ}$: $E = K + U \Rightarrow$ $(D=k)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_{ολ}υ_K^2 + \frac{1}{2}ky^2 \quad \text{όπου} \quad y = Δl_2 - Δl_1 = 0,1\,m$$

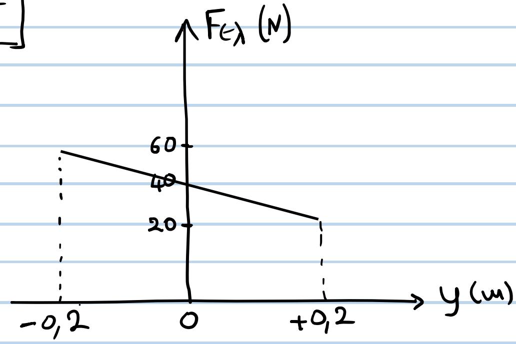
$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{m_{ολ}}{k}υ_K^2 + y^2} = \sqrt{\frac{4}{100}\,\frac{3}{4} + \frac{1}{100}}\,m = \sqrt{\frac{4}{100}}\,m \Rightarrow \boxed{A = 0,2\,m}$$

Δ3 Ισχύει $ΣF = -Dy \Rightarrow F_{ελ} - w_{ολ} = -ky \Rightarrow$

$$F_{ελ} = m_{ολ}g - ky \Rightarrow \boxed{F_{ελ} = 40 - 100y \;\; SI}$$

με $-A \le y \le +A$

$-0,2m \le y \le +0,2m$



για $y = -0,2m \longrightarrow F_{ελ} = 60N$

για $y = 0 \longrightarrow F_{ελ} = 40N$

για $y = -0,2m \longrightarrow F_{ελ} = 20N$

Δ4 Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου γίνεται μέγιστο στην κάτω ακραία θέση $y = -A = -0,2\,m$. Για την ααт του $m_{ολ}$ $D = k = m_{ολ}ω^2 \Rightarrow ω = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = 5\,\frac{rad}{s}$

για $Σ_2$: $\frac{d\vec{p}_2}{dt} = Σ\vec{F}_2 \Rightarrow \frac{dp_2}{dt} = ΣF_2 = m_2 α = -m_2ω^2 \cdot y = -m_2ω^2(-A)$

$$\Rightarrow \frac{dp_2}{dt} = +m_2ω^2 A = +1 \cdot 25 \cdot 0,2\,N \Rightarrow \boxed{\frac{dp_2}{dt} = +5\,N}$$

Δ5 Όταν το συσσωμάτωμα έχει διανύσει διάστημα $S=0{,}4m$ θα βρίσκεται στη θέση $y=-0{,}1m$ με $\upsilon<0$.

Για την ταχύτητα ΑΔΕΤ: $E=K+U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m_{o\lambda}\upsilon^2+\frac{1}{2}ky^2$

$$\Rightarrow \upsilon=\pm\sqrt{\frac{k}{m_{o\lambda}}(A^2-y^2)} \xrightarrow{\upsilon<0} \upsilon=-\sqrt{\frac{100}{4}\left(\frac{4}{100}-\frac{1}{100}\right)}\ m/s \Rightarrow \upsilon=-\frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s$$

Άρα $\Delta K=W_{\Sigma F} \rightarrow \frac{dK}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}=\Sigma F\cdot\upsilon=-k\cdot y\cdot\upsilon \Rightarrow$

$$\frac{dK}{dt}=-100(-0{,}1)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt}=-5\sqrt{3}\ J/s}$$

Δ6 Για να παραμένει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση μόνιμα ακίνητο πρέπει $\upsilon_K=0$ και $\Sigma F=0$. Άρα η κρούση συμβαίνει στη ΝΕΑ ΘΙ του $m_{o\lambda}$.

Για την ταχύτητα του Σ_1 πριν την κρούση που βρίσκεται σε απομάκρυνση $y_1=-0{,}1$ (ΝΕΑ ΘΙ) έχουμε από την ΑΔΕΤ: $E_1=K_1+U_1$

$$\frac{1}{2}kA_1^2=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2+\frac{1}{2}ky_1^2 \Rightarrow |\upsilon_1'|=\sqrt{\frac{k}{m_1}(A_1^2-y_1^2)}=\sqrt{\frac{100}{3}\left(\frac{16}{100}-\frac{1}{100}\right)}\ m/s$$

$$\Rightarrow |\upsilon_1'|=\sqrt{\frac{100}{3}\frac{15}{100}}\ m/s \Rightarrow |\upsilon_1'|=\sqrt{5}\ m/s.$$

ΑΔΟ για την πλαστική κρούση: $\vec{P}'_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{P}'_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow P_1'-P_2'=P_K'$

$$\Rightarrow m_1\upsilon_1'-m_2\upsilon_2'=0 \Rightarrow \upsilon_2'=\frac{m_1}{m_2}\upsilon_1'=\frac{3}{1}\sqrt{5}\ m/s \Rightarrow \boxed{\upsilon_2'=3\sqrt{5}\ m/s}$$