

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3 / 4 / 2022

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζεται πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο A ;

A2. Τι ονομάζεται σύνολο τιμών μιας πραγματικής συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το A ;

A3. Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις :

α) $f(x) = |x - 1|$

β) $g(x) = x^2 + 1$

γ) $h(x) = |\ln x|$

δ) $w(x) = \ln \frac{1}{x}$

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η συνάρτηση $f(x) = x^3$ είναι εκθετική.

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = a^x, 0 < a \neq 1$ τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $(0,1)$.

γ) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει ένα το πολύ κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης

δ) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον $x'x$

ε) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = -\lambda$

Μονάδες 4 – 3 – 8 – 10

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



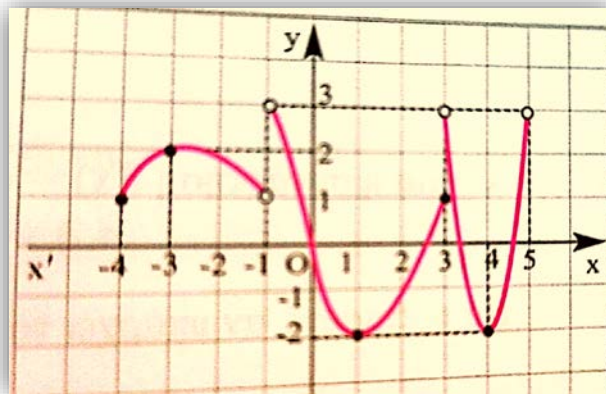
ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-2x+1}{x-1}, & x < 1 \\ \frac{2\sqrt{x^2+3}-4}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$.

α) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

β) Να υπολογίσετε, αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x)+3f(x)-4}{f^2(x)-1}$.

B2. Δίνεται η γραφική παράσταση της f



Να βρείτε :

α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα επόμενα όρια :

i) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ iii) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ iv) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

γ) Να βρείτε το πλήθος ριζών των παρακάτω εξισώσεων

i) $f(x) = 2$ ii) $f(x) = 1$ iii) $f(x) = -\sqrt{2}$.

Μονάδες 7 – 5 – 2 – 8 – 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+10x+2\alpha}{x^3+\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,3)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 8$.

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



Γ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και το όριο $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.

Γ3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f δεν βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = 1$.

Γ4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $g(x) = \sqrt{f(x)} + \frac{1}{2 \ln x + 1}$.

Γ5. Να αποδείξετε ότι : $\frac{f(2022) \cdot (e^{x^2} - 1)}{f(-2023) \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x)} \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 3 – 5 – 7 – 6 – 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = \frac{2e^{2x} + 1}{e^x + 2}$ και $g(x) = \frac{e^{x+1} + e^{2x} + e^x - e + 1}{e^x + 2}$

Δ1. Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g .

Δ2. Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η C_f είναι πάνω από την ευθεία $y = e^{\ln f(1) - \ln g(1)}$.

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση : $\alpha^x < (f(0))^x$, $0 < \alpha \neq 1$.

Δ4. Να λυθεί η εξίσωση :

$$f(1) + (x^3 + x^2 - x - 1)^{2022} = g(1) + \text{συν}\left(\frac{\pi x - \pi}{4}\right) - 1.$$

Μονάδες 8 – 8 – 4 – 5