Λύσεις διαγωνίσματος Γ' λυκείου 8/1/2022

Θέμα Α $A_1 - α$ $A_2 - γ$ $A_3 - γ$ $A_4 - α$ A_5 Λ Σ Σ Σ Σ

Θέμα Β

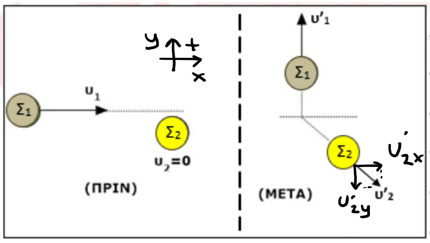
$\boxed{B1 - β}$ Σχήμα 1 $\bar{P}_1 = \dfrac{V_{εν_1}^2}{R_{ολ}}$ | Σχήμα 2 $\bar{P}_2 = \dfrac{V_{εν_2}^2}{R'_{ολ}}$

όπου $R_{ολ} = R + R = 2R$ άρα $\bar{P}_1 = \dfrac{V_{εν_1}^2}{2R}$ | όπου $R'_{ολ} = \dfrac{R \cdot R}{R+R} = \dfrac{R}{2}$ άρα $\bar{P}_2 = \dfrac{V_{εν_2}^2}{R/2} = \dfrac{2V_{εν_2}^2}{R}$

Όμως $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 \Rightarrow \dfrac{V_{εν_1}^2}{2R} = \dfrac{2V_{εν_2}^2}{R}$

$\Rightarrow V_{εν_1}^2 = 4V_{εν_2}^2 \Rightarrow V_{εν_1} = 2V_{εν_2} \Rightarrow N ω_1 B A = 2 N ω_2 B A \Rightarrow \boxed{\dfrac{ω_1}{ω_2} = 2}$

$\boxed{B2 - β}$ ΑΔΟx : $\vec{P}_{x πριν} = \vec{P}_{x μετά} \Rightarrow P_1 = P'_{2x} \Rightarrow m_1 υ_1 = m_2 υ'_{2x}$



$\Rightarrow \cancel{m} υ_1 = 3 \cancel{m} υ'_{2x} \Rightarrow υ_1 = 3 υ'_{2x} \Rightarrow υ_1^2 = 9 υ'^2_{2x}$ (1)

ΑΔΟy : $\vec{P}_{y πριν} = \vec{P}_{y μετά} \Rightarrow 0 = P'_1 - P'_{2y} \Rightarrow m_1 υ'_1 = m_2 υ'_{2y}$

$\Rightarrow \cancel{m} υ'_1 = 3 \cancel{m} υ'_{2y} \Rightarrow υ'_1 = 3 υ'_{2y} \Rightarrow υ'^2_1 = 9 υ'^2_{2y}$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow υ_1^2 + υ'^2_1 = 9υ'^2_{2x} + 9υ'^2_{2y} \Rightarrow υ_1^2 + υ'^2_1 = 9(υ'^2_{2x} + υ'^2_{2y}) \Rightarrow υ_1^2 + υ'^2_1 = 9υ'^2_2$ (3)

από τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας: $K_{ολ πριν} = K_{ολ μετά} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 = \frac{1}{2} m_1 υ'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 υ'^2_2$

$\Rightarrow \cancel{m} υ_1^2 = m υ'^2_1 + 3 m υ'^2_2 \Rightarrow υ_1^2 - υ'^2_1 = 3υ'^2_2 \Rightarrow 3υ_1^2 - 3υ'^2_1 = 9υ'^2_2$ (4)

(3) = (4) $\Rightarrow υ_1^2 + υ'^2_1 = 3υ_1^2 - 3υ'^2_1 \Rightarrow 4υ'^2_1 = 2υ_1^2 \Rightarrow υ'^2_1 = \dfrac{υ_1^2}{2} \Rightarrow υ'_1 = \dfrac{υ_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{υ'_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} υ_1}$

$\boxed{B3 - α}$ Για την ελαστική κρούση $m_1 = m_2$ οπότε έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων $υ'_1 = υ_2$. ΑΔΕΤ αμέσως μετά την κρούση $E_1 = K'_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} m_1 υ'^2_1 + \frac{1}{2} k A^2$

$\Rightarrow k \cdot 3A^2 = m υ_2^2 + kA^2 \Rightarrow υ_2^2 = \dfrac{2k}{m} A^2 \Rightarrow υ_2 = \sqrt{2}\sqrt{\dfrac{k}{m}} A$

Για την πλαστική κρούση ΑΔΟ: $\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \Rightarrow P_3 = P_k \Rightarrow m_3 υ_3 = (m_1 + m_3) υ_k$

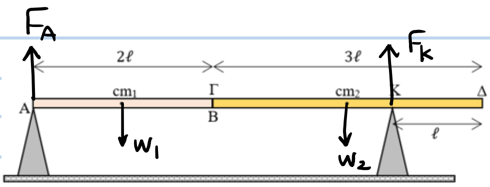
$\Rightarrow m υ_3 = 2 m υ_k \Rightarrow υ_k = \dfrac{υ_3}{2}$

ΑΔΕΤ αμέσως μετά την κρούση: $E = K + \cancelto{0}{U} \Rightarrow \frac{1}{2} k A_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_3) υ_k^2$

$\Rightarrow k 2A^2 = 2m \dfrac{υ_3^2}{4} \Rightarrow m υ_3^2 = 4kA^2 \Rightarrow υ_3 = 2\sqrt{\dfrac{k}{m}} A = υ_2$ άρα $\boxed{\dfrac{υ_2}{υ_3} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

Θέμα Γ

$\ell = 1m \quad W_1 = 120N, W_2 = 80N$



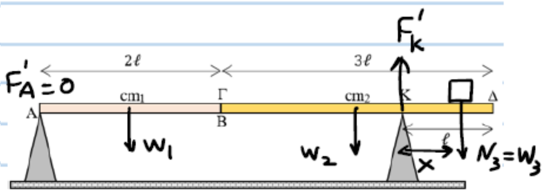
Γ1 $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + F_K = W_1 + W_2 \quad (1)$

$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{F_K} - \tau_{W_1} - \tau_{W_2} = 0 \Rightarrow F_K \cdot 4\ell = W_1 \cdot \ell + W_2 \cdot 3{,}5\ell$

$\Rightarrow 4F_K = W_1 + 3{,}5 W_2 \Rightarrow 4F_K = 120 + \frac{7}{2} 80 \Rightarrow 4F_K = 120 + 280 \Rightarrow 4F_K = 400$

$\Rightarrow F_K = \frac{400}{4} N \Rightarrow \boxed{F_K = 100N}$ και από (1) $\Rightarrow F_A + 100N = 200N \Rightarrow \boxed{F_A = 100\,N}$

Γ2 Οριακά $F_A = 0$



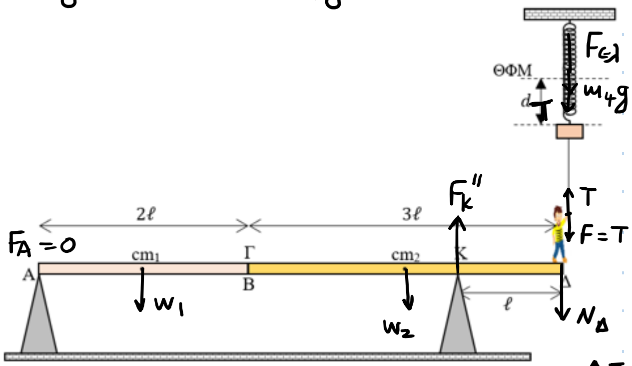
$\Sigma \tau_K = 0 \Rightarrow \tau_{W_1} + \tau_{W_2} - \tau_{N_3} = 0$

$\Rightarrow W_1 \cdot 3\ell + W_2 \cdot \frac{\ell}{2} = N_3 \cdot x$

$\Rightarrow 120 \cdot 3 + 80 \frac{1}{2} = 800x \Rightarrow 800x = 400 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}5m}$

Γ3 Για το σώμα m_4: $\Sigma F_{4y} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_4 g + T \Rightarrow kd = m_4 g + T$

$\Rightarrow 300 = 120 + T \Rightarrow T = 180N$



Στο παιδί ασκούνται το βάρος του $\vec{W}$

η τάση $\vec{T}$ του νήματος και η κάθετη

δύναμη $\vec{N}_Δ'$ από τη δοκό.

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = T + N_Δ' \quad (2)$

για το παιδί

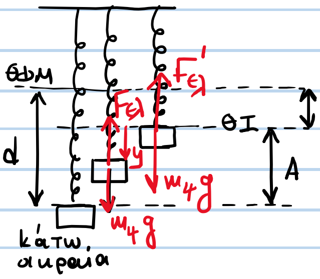
Στη δοκό ασκούνται τα βάρη, οι δυνάμεις από τα στηρίγματα και μια κάθετη δύναμη $\vec{N}_Δ$ από το παιδί αντίδραση της $N_Δ'$ (κατά μέτρο $N_Δ = N_Δ'$)

$\Sigma \tau_K'' = 0 \Rightarrow \tau_{W_1} + \tau_{W_2} - \tau_{N_Δ} = 0 \Rightarrow W_1 3\ell + W_2 \frac{\ell}{2} = N_Δ \ell \Rightarrow N_Δ = 3W_1 + \frac{W_2}{2}$

$\Rightarrow N_Δ = (3 \cdot 120 + 80/2)\,N \Rightarrow N_Δ = 400\,N = N_Δ'$

οπότε από (2) $\Rightarrow W = (180 + 400)\,N \Rightarrow \boxed{W = 580N}$

Γ4



Στη ΘΙ της ααт $\Sigma F_4' = 0 \Rightarrow F_{ελ}' = m_4 g \Rightarrow k\Delta\ell = m_4 g$

$\Rightarrow \Delta\ell = \frac{m_4 g}{k} = \frac{120}{300} \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}4m.$

Στην τυχαία θέση απομάκρυνσης y: $\Sigma F = m_4 g - F_{ελ}$

$\Rightarrow \Sigma F = m_4 g - k(\Delta\ell + y) = \cancel{m_4 g} - \cancel{k\Delta\ell} - ky \Rightarrow \Sigma F = -ky$

Άρα $D = k$

Γ5 Πλάτος ααт: $A = d - \Delta\ell = 1m - 0{,}4m \Rightarrow A = 0{,}6m$

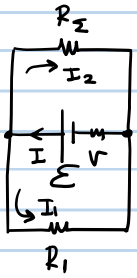
$D = k = m_4 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_4}} = 5\,rad/s$ οπότε $υ_{max} = \omega A = 5 \cdot 0{,}6\,m/s \Rightarrow \boxed{υ_{max} = 3\,m/s}$

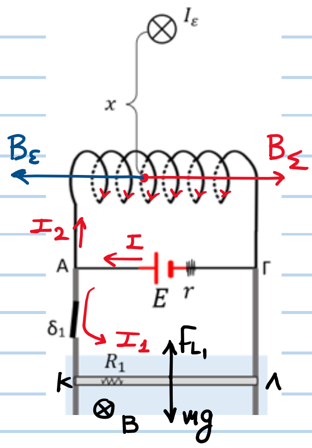
Θέμα Δ

$\ell_\Sigma = \ell = 1m$ $\quad N=100$ $\quad R_\Sigma = N\cdot R_\sigma = 100\cdot 0{,}04\,\Omega \Rightarrow R_\Sigma = 4\,\Omega$ $\quad x = 5cm = 5\cdot10^{-2}m$

$\mathcal{E}=16V$, $\quad r=0{,}8\,\Omega$ $\quad m=0{,}8kg$ $\quad R_1=1\,\Omega$, $R_2=0{,}5\,\Omega$, $B=2T$

Δ1)





$R_1 // R_\Sigma$

$$R_{1\Sigma} = \frac{R_1\cdot R_\Sigma}{R_1+R_\Sigma} = \frac{1\cdot 4}{1+4}\,\Omega \Rightarrow R_{1\Sigma}=0{,}8\,\Omega$$

$$R_{ο\lambda} = R_{1\Sigma}+r = (0{,}8+0{,}8)\,\Omega \Rightarrow R_{ο\lambda}=1{,}6\,\Omega$$

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{ο\lambda}} = \frac{16}{1{,}6}A \Rightarrow I = 10A$$

$$V_{R_1}=V_{R_\Sigma} \Rightarrow I_1R_1 = I_2 R_\Sigma \Rightarrow I_1 = 4I_2$$

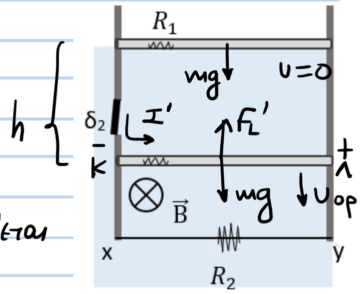
και $I = I_1+I_2 = 4I_2+I_2 = 5\cdot I_2 \Rightarrow I_2 = I/5 = 2A,\ I_1 = 8A$

οπότε $B_\Sigma = k_\mu 4\pi \frac{N}{\ell_\Sigma} I_2 = 10^{-7}\cdot4\pi\frac{100}{1}\cdot 2 \Rightarrow \boxed{B_\Sigma = 8\pi\cdot10^{-5}T}$

Δ2) $\vec B_{ο\lambda} = \vec 0 \Rightarrow \vec B_E + \vec B_\Sigma = 0 \Rightarrow B_E - B_\Sigma = 0 \Rightarrow B_E = B_\Sigma \Rightarrow k_\mu \frac{2I_E}{x} = 8\pi\cdot10^{-5}T$

$$\Rightarrow 10^{-7}\,\frac{2\cdot I_E}{5\cdot10^{-2}} = 8\pi\cdot10^{-5} \Rightarrow \boxed{I_E = 20\pi\,A}$$

Δ3) Μόλις ανοίξει ο διακόπτης δ_1 και κλείσει ο διακόπτης δ_2 ο αγωγός θα κινηθεί λόγω του βάρους του μέσα στο ΟΜΠ. Επειδή κατά την κίνησή του μεταβάλλεται η μαγνητική ροή θα εμφανίσει στα άκρα του ΗΕΔ



$E_{επ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\,\Delta y\,\ell}{\Delta t} = B\upsilon\ell$. Στη διάταξη εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα I' οπότε ο κινούμενος αγωγός θα δεχτεί δύναμη Laplace $F_L' = BI'\ell$ η οποία αυξάνεται για όσο ο αγωγός επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $\Sigma F=0$.

Τότε αποκτά σταθερή – οριακή ταχύτητα υ_{op}.

Για το φορτίο που περνά από μια διατομή του ισχύει.

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R_{ο\lambda}'} = \frac{B\,\Delta S}{R_{ο\lambda}'} = \frac{B\ell\cdot h}{R_1+R_2} = \frac{2\cdot1\cdot3{,}6}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{q = 4{,}8C}$$

Δ4) Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού, ισχύει

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} = \Sigma F \cdot v = (mg - F_L') \cdot v$$

οπου $F_L' = BI'\ell = 4N$

και $I' = \frac{E_{επ}}{R_1+R_2} \Rightarrow I' = \frac{Bv\ell}{R_1+R_2} \Rightarrow 2 = \frac{2 \cdot v}{1,5} \Rightarrow v = 1,5\, m/s$

Αρα $\frac{dK}{dt} = (8-4)\,1,5\, J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = 6\, J/s}$

Δ5) Για την οριακή ταχύτητα: $\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = F_L' \Rightarrow mg = BI'\ell$

$$\Rightarrow mg = B\frac{Bv_{op}\ell}{R_1+R_2}\ell \Rightarrow v_{op} = \frac{mg(R_1+R_2)}{B^2\ell^2} \Rightarrow v_{op} = \frac{8 \cdot 1,5}{4 \cdot 1} m/s \Rightarrow v_{op} = 3\, m/s.$$

Η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται λόγω της ΗΕΔ $E_{επ}$ ($W_{ηλ E_{επ}}$) είναι ίση με τη θερμότητα που εκλύεται λόγω φαινομένου Joule στις αντιστάσεις R_1 και R_2. Οπότε $W_{ηλ E_{επ}} = Q_{R'_{ολ}}$ οπου $R'_{ολ} = R_1 + R_2$

Για την κίνηση του αγωγού από την αρχή διατήρησης ενέργειας ισχύει ότι μέσω του έργου βάρους έχουμε αύξηση της κινητικής του ενέργειας και παραγωγή θερμότητας στις αντιστάσεις R_1 και R_2.

Οπότε $W_{mg} = K + Q_{R'_{ολ}} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_{op}^2 + Q_{R'_{ολ}}$

$$\Rightarrow 0,8 \cdot 10 \cdot 3,6 = \frac{1}{2} 0,8 \cdot 9 + Q_{R'_{ολ}} \Rightarrow Q_{R'_{ολ}} = 25,2\, J$$

Αρα $\boxed{W_{ηλ E_{επ}} = Q_{R'_{ολ}} = 25,2\, J}$