Λύσεις διαγωνίσματος Φυσικής 19/3/2022

ΘΕΜΑ Α

A1 - α A2 - β A3 - α A4 - β A5 Σ Λ Λ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

B1 | γ Νήμα 1: ΘΝΜ $\Sigma F_{1x} = m\alpha_{cm_1} \Rightarrow mg - T_1 = m\alpha_{cm_1}$ ①

(ισχύει $\alpha_{cm_1} = R\alpha_{\gamma\omega\nu_1}$) ΘΝΣ $\Sigma\tau_1 = I\alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow \tau_{T_1} = I\alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_1 R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m \alpha_{cm_1}$ ②

① + ② $\Rightarrow mg = \frac{3}{2} m\alpha_{cm_1} \Rightarrow \alpha_{cm_1} = \frac{2}{3} g \Rightarrow R\alpha_{\gamma\omega\nu_1} = \frac{2}{3} g \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_1} = \frac{2}{3}\frac{g}{R}$ ③

Νήμα 2: ΘΝΜ $\Sigma F_{2x} = m_2\alpha_{cm_2} \Rightarrow mg - T_2 = m\alpha_{cm_2}$ ④

(ισχύει $\alpha_{cm_2} = r\alpha_{\gamma\omega\nu_2}$) ΘΝΣ $\Sigma\tau_2 = I\alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow \tau_{T_2} = I\alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow T_2 r = I\alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow T_2 r = \frac{1}{2} m R^2 \frac{\alpha_{cm_2}}{r}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{r^2}\alpha_{cm_2} \Rightarrow T_2 = 2m\alpha_{cm_2}$ ⑤

④ + ⑤ $\Rightarrow mg = 3m\alpha_{cm_2} \Rightarrow \alpha_{cm_2} = g/3 \Rightarrow r\alpha_{\gamma\omega\nu_2} = \frac{g}{3} \Rightarrow \frac{R}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu_2} = \frac{g}{3} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_2} = \frac{2}{3}\frac{g}{R}$ ⑥

③ = ⑥ $\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_1} = \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow \boxed{\frac{\alpha_{\gamma\omega\nu_1}}{\alpha_{\gamma\omega\nu_2}} = 1}$ (γ)

B2 | α Υγρό ρ_1 Bernoulli: $P_{atm} + 0 + \rho_1 g\frac{h}{2} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_1 \upsilon_B^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{gh}$

Υγρό ρ_2 Bernoulli: $P_{\delta\iota\alpha\chi} + 0 + \rho_2 g\frac{h}{2} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_2 \upsilon_\Gamma^2 + 0$

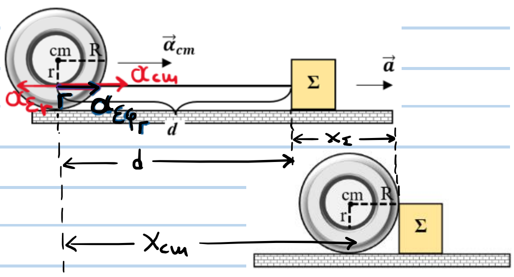
$\Rightarrow P_{atm} + \rho_1 gh + \rho_2 g\frac{h}{2} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho_2\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{2} gh + \rho_2 g\frac{h}{2} = \frac{1}{2}\rho_2\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gh}$

$x_1 = \upsilon_B t_1 = \sqrt{gh}\sqrt{\frac{2\cdot 3h/2}{g}} = \sqrt{gh\frac{3h}{g}} \Rightarrow x_1 = \sqrt{3}h$

$x_2 = \upsilon_\Gamma t_2 = \sqrt{2gh}\sqrt{\frac{2\cdot h/2}{g}} = \sqrt{2gh\frac{h}{g}} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}h$

$\div$ $\boxed{\frac{x_1}{x_2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}$ (α)

B3 | β Για το σημείο Γ του νήματος και το σώμα Σ



ισχύει $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\Gamma = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho\Gamma} \Rightarrow \upsilon = \upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm} - r\omega$

$\rightarrow \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d\upsilon_\Gamma}{dt} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} - r\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha = \alpha_{\varepsilon\varphi\Gamma} = \alpha_{cm} - r\alpha_{\gamma\omega\nu}$

όμως $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και $r = R/2$ $(r\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_{\varepsilon\Gamma})$

$\Rightarrow \alpha = \alpha_{cm} - \frac{R\alpha_{\gamma\omega\nu}}{2} = \alpha_{cm} - \frac{\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_{cm}}{2}$

Όταν συναντηθούν ισχύει: $x_{cm} + R = d + x_\Sigma \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 + R = 5R + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 - \frac{1}{2}\frac{\alpha_{cm}}{2}t^2 = 4R \Rightarrow \frac{1}{4}\alpha_{cm}t^2 = 4R \Rightarrow t^2 = \frac{16R}{\alpha_{cm}} \Rightarrow \boxed{t = 4\sqrt{\frac{R}{\alpha_{cm}}}}$ (β)

Θεμα Γ

Γ1 Για την πίεση στην τάπα: $P_\Delta = P_{atm} + \rho g h = (10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1,8)\ N/m^2 \Rightarrow P_\Delta = 11,8 \cdot 10^4\ N/m^2$

Η δύναμη που ασκεί το νερό στην τάπα $F_v = P_\Delta A_2 = 11,8 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ N \Rightarrow \boxed{F_v = 23,6\ N}$

Γ2 Για την πίεση στη βάση του σωλήνα Σ ισχύει: $P_\Sigma = P_\Delta \Rightarrow P_{atm} + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g h$

$\Rightarrow \boxed{h_1 = h = 1,8\ m}$

Γ3 Bernoulli απο την επιφάνεια στην έξοδο του σωλήνα

$P_{atm} + 0 + \rho g h_1 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 + 0 \Rightarrow u_\Delta = \sqrt{2 g h_1} = \sqrt{36}\ m/s \Rightarrow \boxed{u_\Delta = 6\ m/s}$

Γ4 Από την εξίσωση συνέχειας ισχύει: $A_1 u_1 = A_2 u_\Delta$ όμως $A_1 = 6 \cdot A_2$

$\Rightarrow 6 A_2 u_1 = A_2 u_\Delta \Rightarrow u_1 = \frac{u_\Delta}{6} = 1\ m/s.$

Εύρεση νέας πίεσης P'_Σ στη βάση του σωλήνα εφαρμόζοντας Bernoulli στον οριζόντιο σωλήνα: $P'_\Sigma + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 \Rightarrow P'_\Sigma = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho(u_\Delta^2 - u_1^2)$

Όμως $P'_\Sigma = P_{atm} + \rho g h'_1$ οπότε $P_{atm} + \rho g h'_1 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho(u_\Delta^2 - u_1^2)$

$\Rightarrow h'_1 = \frac{u_\Delta^2 - u_1^2}{2g} \Rightarrow h'_1 = \frac{36 - 1}{2 \cdot 10}\ m \Rightarrow \boxed{h'_1 = 1,75\ m}$

Γ5 ΘΜΚΕ: $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{βάρους} + W_{αντλίας} + W_{περιβάλλοντος\ ρευστού}$

$\Rightarrow K_{τελ} - \cancelto{0}{K_{αρχ}} = \cancelto{0}{U_{βαρ_{αρχ}}} - U_{βαρ_{τελ}} + W_{αντλίας} + W_{περιβάλλοντος\ ρευστού}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\Delta m u_0^2 = -\Delta m g H + W_{αντλίας} + \cancelto{0}{(P_{αρχ_{atm}} - P_{τελ_{atm}})}\Delta V$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho \Delta V u_0^2 = -\rho \Delta V g H + W_{αντλίας} \Rightarrow W_{αντλίας} = \rho \Delta V g H + \frac{1}{2}\rho \Delta V \cdot u_0^2$

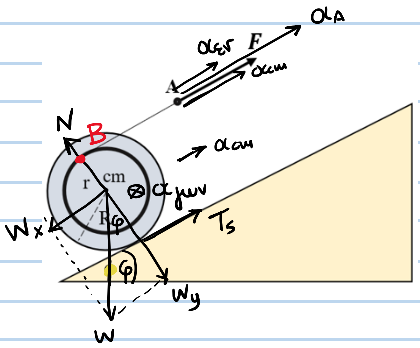
Ισχύς αντλίας: $P_{αντλίας} = \frac{W_{αντλίας}}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} g H + \frac{1}{2}\rho \frac{\Delta V}{\Delta t} u_0^2 \Rightarrow P_{αντλίας} = \rho \Pi g H + \frac{1}{2}\rho \Pi u_0^2$

όπου Π η παροχή της αντλίας η οποία είναι ίση με την παροχή στην έξοδο του οριζόντιου σωλήνα αφού η στάθμη του υγρού στο δοχείο παραμένει σταθερή.

Οπότε $\Pi = \Pi_{σωλ_\Delta} = A_2 u_\Delta = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 6 = 12 \cdot 10^{-4}\ m^3/s$

Άρα $P_{αντλίας} = \left(10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 1 + \frac{1}{2} 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \cdot 25\right) W \Rightarrow \boxed{P_{αντλίας} = 27\ W}$

Θεμα Δ



Δ1 Για τις ταχύτητες των σημείων Α και Β του νήματος ισχύει

$\vec{v}_A=\vec{v}_B=\vec{v}_{cm}+\vec{v}_{γρ_r} \Rightarrow v_A=v_B=v_{cm}+v_{γρ_r} \Rightarrow v_A = v_{cm}+r\cdot\omega$

$\to \frac{dv_A}{dt}=\frac{dv_{cm}}{dt}+r\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow α_A = α_{cm}+rα_{γων}$, κχο $α_{cm}=Rα_{γων}$

όμως $r=0,4m$, $R=0,5m$ $\quad \frac{r}{R}=\frac{4}{5} \Rightarrow r=\frac{4}{5}R=0,8R$

και $rα_{γων} = \frac{4}{5} Rα_{γων}=\frac{4}{5} α_{cm}$ άρα $α_A=α_{cm}+\frac{4}{5}α_{cm}=(5+\frac{4}{5}\cdot 5)\, m/s^2 \Rightarrow \boxed{α_A=9\, m/s^2}$

Δ2 Για τη μετατόπιση του σημείου Α : $x_A=\frac{1}{2} α_A t^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2\cdot x_A}{α_A}} \Rightarrow t=2sec$

$α_{γων}=\frac{α_{cm}}{R}=\frac{5}{0,5}\, rad/s^2 = 10\, rad/s^2 \rightsquigarrow θ=\frac{1}{2} α_{γων}t^2=20\, rad \rightsquigarrow N=\frac{θ}{2π} \Rightarrow \boxed{N=\frac{10}{π} \text{ στροφές}}$

Δ3 ΘΝΜ : $ΣF_x = mα_{cm} \Rightarrow F+T_s-W_x = mα_{cm}$ (1)

ΘΝΣ : $Στ = I_{cm} α_{γων} \Rightarrow τ_F - τ_{T_s} = I_{cm} α_{γων} \Rightarrow Fr - T_s R = \frac{1}{2} mR^2 α_{γων}$

$\Rightarrow F\frac{r}{R} - T_s = \frac{1}{2} mRα_{γων} \Rightarrow F\frac{r}{R} - T_s = \frac{1}{2} m α_{cm}$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow F+T_s-W_x+F\frac{r}{R}-T_s = mα_{cm} + \frac{1}{2} mα_{cm} \Rightarrow F(1+\frac{r}{R}) - mgημφ = \frac{3}{2} mα_{cm}$

$\Rightarrow F(1+r/R) = \frac{3}{2} mα_{cm} + mgημφ \Rightarrow F(1+0,8) = \frac{3}{2} 2\cdot 5+20\cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{F=15N}$

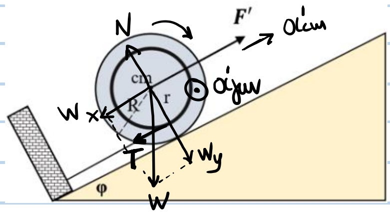
Δ4 Από (2) $\Rightarrow 2F\frac{r}{R} - 2T_s = m\cdot α_{cm} \Rightarrow 2\cdot F\cdot 0,8 - 2T_s = mα_{cm} \Rightarrow 1,6F - 2T_s = mα_{cm}$ (3)

(1) = (3) $\Rightarrow F+T_s-W_x = 1,6F-2T_s \Rightarrow 3\cdot T_s = 0,6F + W_x \Rightarrow T_s = 0,2F + \frac{W_x}{3}$ (4)

Όμως $T_{smax} = μ_s N$, $ΣF_y=0 \Rightarrow N=W_y = mgσυνφ$ άρα $T_{smax} = μ_s mg συνφ = 8N$

Για να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πρέπει $T_s \le T_{smax} \xRightarrow{(4)} 0,2F + \frac{W_x}{3} \le 8N$

$\Rightarrow 0,2\cdot F + \frac{mgημφ}{3} \le 8N \Rightarrow 0,2F+4N \le 8N \Rightarrow 0,2F \le 4N \Rightarrow F \le 20N \to \boxed{F_{max} = 20N}$

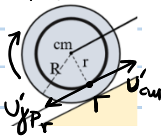


Δ5 Για το σημείο Γ της περιφέρειας r και του νήματος

ισχύει $v'_{cm}=v'_{γρ_r}=rω' \longrightarrow \frac{dv'_{cm}}{dt} = r\frac{dω'}{dt} \Rightarrow α'_{cm} = r\cdot α'_{γων}$

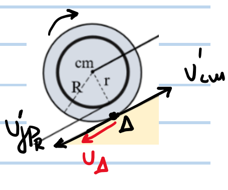
ΘΝΜ $ΣF'_x = m\cdot α'_{cm} \Rightarrow F' - W_x - T = mα'_{cm}$ (5)

ΘΝΣ $Στ' = I_{cm} α'_{γων} \Rightarrow τ_T = I_{cm} α'_{γων} \Rightarrow T\cdot r = \frac{1}{2} mR^2α'_{γων} \Rightarrow T = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{r^2} α'_{cm} = \frac{1}{2} m \frac{R^2}{0,64R^2} α'_{cm} \Rightarrow T = \frac{mα'_{cm}}{1,28}$



(5)+(6) $\Rightarrow F' - W_x - T + T = mα'_{cm} + \frac{mα'_{cm}}{1,28} \Rightarrow F' - mgημφ = mα'_{cm} + \frac{mα'_{cm}}{1,28}$

$\Rightarrow F' - 12 = 6,4 + \frac{6,4}{1,28} \Rightarrow F' - 12 = 6,4+5 \Rightarrow \boxed{F' = 23,4N}$



Δ6 $v'_{cm} = α'_{cm} t' = 6,4\, m/s$, $ω' = \frac{v'_{cm}}{r} = \frac{6,4}{0,4} = 16\, \frac{rad}{s}$, $v'_{γρR} = Rω' = 8\, m/s$.

$\vec{v}_Δ = \vec{v}'_{cm} + \vec{v}'_{γρR} \Rightarrow v_Δ = v'_{cm} - v'_{γρR} = (6,4-8)\, m/s \Rightarrow \boxed{v_Δ = -1,6\, m/s \quad \vec{v}_Δ \uparrow\downarrow \vec{v}'_{cm}}$