Λύσεις διαγωνίσματος Φυσικής 2/10/2022

ΘΕΜΑ Α

A1 - β A2 - γ A3 - α A4 - γ A5 Σ Λ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

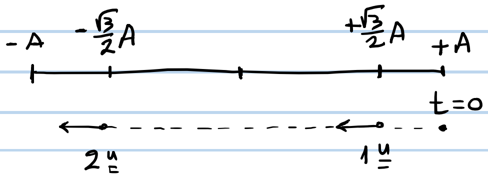
B1 - β $P_Σ = 2\bar{P} \Rightarrow \frac{V_Σ^2}{R} = 2\frac{V_{εν}^2}{2R} \Rightarrow V_Σ = V_{εν} \Rightarrow V_Σ = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{2}V_Σ}$ (β)

B2 - γ Ισχύουν:

$$\left.\begin{array}{l} x = Aημ(ωt + π/2) \longrightarrow \frac{x^2}{A^2} = ημ^2(ωt+\frac{π}{2}) \\ υ = υ_{max}συν(ωt+π/2) \longrightarrow \frac{υ^2}{υ_{max}^2} = συν^2(ωt+\frac{π}{2}) \end{array}\right\} \oplus \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{υ^2}{υ_{max}^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{A^2} = 1 - \frac{υ^2}{υ_{max}^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{ω}\left(υ_{max}^2 - υ^2\right) \Rightarrow x = \pm\frac{1}{ω}\sqrt{υ_{max}^2 - υ^2}$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{1}{ω}\sqrt{υ_{max}^2 - \frac{υ_{max}^2}{4}} = \pm\frac{1}{ω}\frac{\sqrt{3}}{2}υ_{max} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$$



2η φορά $|υ| = \frac{υ_{max}}{2}$ στη θέση $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$

Ισχύει $α = -α_{max}ημ(ωt+\frac{π}{2}) = -ω^2Aημ(ωt+\frac{π}{2}) = -ω^2x \Rightarrow α = -ω^2x$

$$\Rightarrow α = -ω^2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}A\right) = +\frac{\sqrt{3}}{2}ω^2A = +\frac{\sqrt{3}}{2}ω\cdot ωA \Rightarrow \boxed{α = +\frac{\sqrt{3}}{2}ω\cdot υ_{max}}$$ (γ)

B3 - α Αρχικά $\bar{P} = \frac{P_κ}{4} \Rightarrow P_κ = 4\cdot\bar{P}$

Για κανονική λειτουργία $\bar{P}' = P_κ \Rightarrow \bar{P}' = 4\bar{P} \Rightarrow \frac{V_{εν}'^2}{R} = 4\frac{V_{εν}^2}{R}$

$$\Rightarrow V_{εν}' = 2V_{εν} \Rightarrow \frac{V'}{\sqrt{2}} = 2\frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow Nω'BA = 2NωBA \Rightarrow ω' = 2ω$$

$$υ = V'ημ(ω't) = Nω'BA\,ημ(ω't) \Rightarrow \boxed{υ = 2NωBA\cdot ημ(2ωt)}$$ (α)

ΘΕΜΑ Γ

$m = 0,1\,kg$ $t=0$ $x = +A$ $t_1: x = -0,1\sqrt{2}\,m$ $|υ| = \sqrt{2}\,m/s$ $Δt = 0,1π\,sec$

Γ1 Η μετακίνηση από τη μια ακραία θέση στην άλλη διαρκεί χρονικό διάστημα $Δt = \frac{T}{2} \Rightarrow 0,1π = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 0,2π\,sec = \frac{π}{5}\,sec$

Ισχύει $ω = \frac{2π}{T} = 10\,rad/s$.

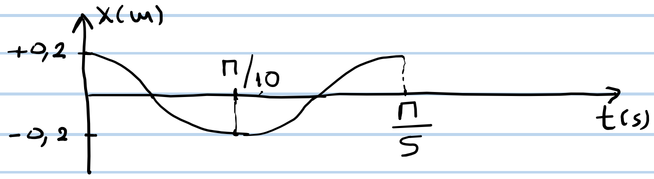
Άρα $D = mω^2 = 0,1\cdot 100\,N/m \Rightarrow \boxed{D = 10\,N/m}$

Από την απόδειξη στο Β2 ισχύει $\frac{x^2}{A^2}+\frac{u^2}{u_{max}^2}=1 \Rightarrow \frac{u^2}{\omega^2A^2}=1-\frac{x^2}{A^2}$

$\Rightarrow \frac{u^2}{\omega^2}=A^2-x^2 \Rightarrow A^2=x^2+\frac{u^2}{\omega^2} \Rightarrow A^2=\frac{2}{100}+\frac{2}{100}=\frac{4}{100} \Rightarrow \boxed{A=0{,}2m}$

Γ2 $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow{t=0} +A=A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0=+1=\eta\mu\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_0=\frac{\pi}{2}$ rad

Άρα $\boxed{x=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})\ SI}$



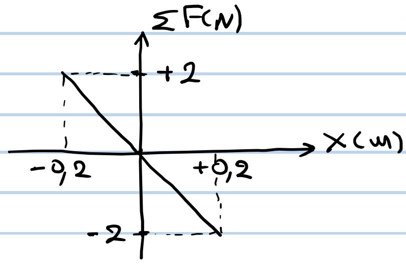
Γ3 $\Sigma F=-Dx \Rightarrow \boxed{\Sigma F=-10x\ SI}$

$-A\leq x\leq +A \longrightarrow -0{,}2m\leq x\leq +0{,}2m$

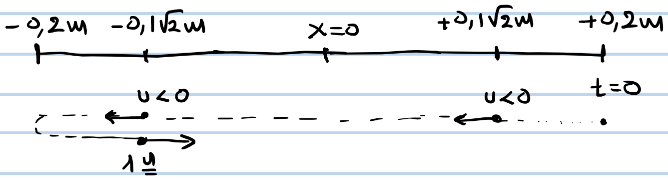
για $x=0$ $\Sigma F=0$

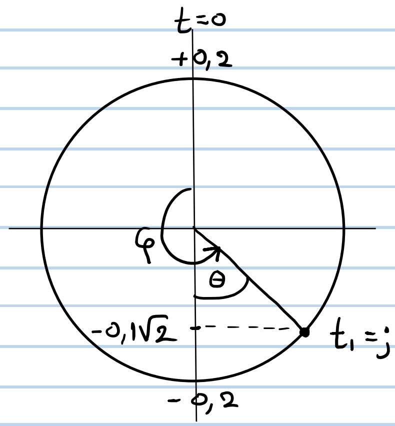
$x=-0{,}2m$ $\Sigma F=+2N$

$x=+0{,}2m$ $\Sigma F=-2N$



Γ4





1η φορά $x=-0{,}1\sqrt{2}m$ προς τη ΘΙ

με $u>0$ την t_1

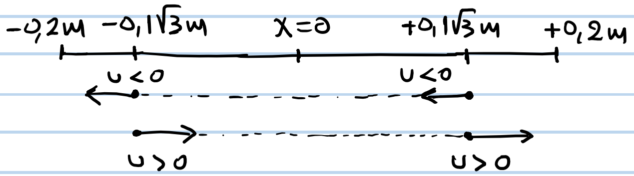
Διαγράφει $\varphi=\pi+\theta$ όπου $\eta\mu\theta=\frac{0{,}1\sqrt{2}}{0{,}2}=\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta=\pi/4$ rad

Άρα $\varphi=\pi+\pi/4=\frac{5\pi}{4}$ ισχύει $\varphi=\omega t_1 \Rightarrow t_1=\frac{\varphi}{\omega}=\frac{\frac{5\pi}{4}}{10} \Rightarrow \boxed{t=\frac{5\pi}{40}sec=\frac{\pi}{8}sec}$

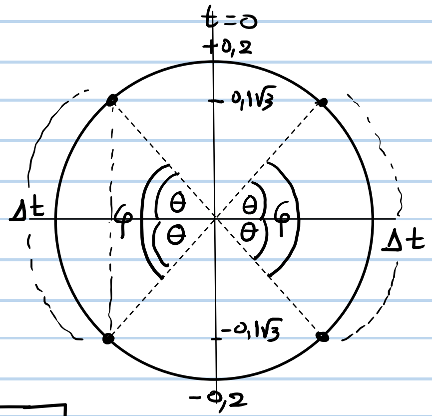
Γ5 Από την απόδειξη στο Β2 ισχύει: $\frac{x^2}{A^2}+\frac{u^2}{u_{max}^2}=1 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\omega}\sqrt{u_{max}^2-u^2}$

για $|u|=1$ m/s $\rightarrow x=\pm\frac{1}{10}\sqrt{4-1}$ m $\Rightarrow x=\pm 0{,}1\sqrt{3}m=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$

Για να έχει το σώμα ταχύτητα μέτρου $|u|\geq 1$ m/s θα πρέπει στον άξονα της ταλάντωσης να κινείται μεταξύ των θέσεων $-0{,}1\sqrt{3}m\leq x\leq +0{,}1\sqrt{3}m$. Δεξιά της θέσης $x=+0{,}1\sqrt{3}m$ και αριστερά της θέσης $x=-0{,}1\sqrt{3}m$ το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται



Μεταξύ των θέσεων $-0{,}1m \le x \le +0{,}1m$ κινείται είτε προς τα αριστερά έχοντας αρνητική ταχύτητα είτε δεξιά έχοντας θετική ταχύτητα. Στον κύκλο για τις αντίστοιχες μετακινήσεις διαγράφεται γωνία $\varphi = 2\theta$



Όπου $ημθ = \frac{0{,}1\sqrt{3}}{0{,}2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$ rad

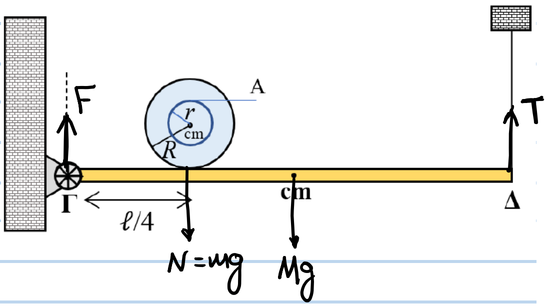
Άρα $\varphi = 2\theta = \frac{2\pi}{3}$ rad

$$\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 10\,\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{15}\ \text{sec}$$

Σε μια περίοδο $\Delta t_{ολ} = 2\Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t_{ολ} = \frac{2\pi}{15}\ \text{sec}}$

ΘΕΜΑ Δ

Στη δοκό ασκούνται το βάρος της $\vec{Mg}$, η τάση του νήματος $\vec{T}$, η δύναμη $\vec{F}$ από την άρθρωση και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από τον δίσκο που είναι ίση με το βάρος του $(N = mg = 20N)$

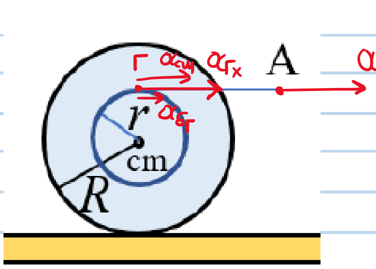


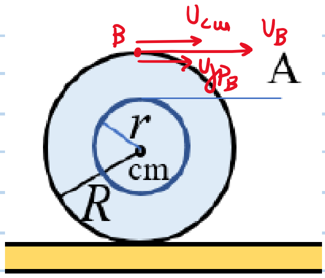
Δ1 Ισορροπία δοκού: $\Sigma\tau_A = 0 \Rightarrow \tau_T - \tau_N - \tau_{Mg} = 0$

$$\Rightarrow T \cdot \ell = N \cdot \frac{\ell}{4} + Mg\frac{\ell}{2} \Rightarrow T = \frac{N}{4} + \frac{Mg}{2} \Rightarrow \boxed{T = 25N}$$

Δ2 $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F + T = N + Mg \Rightarrow F = N + Mg - T \Rightarrow \boxed{F = 35N}$

Δ3





Για τα σημεία του νήματος Α και Γ ισχύει:

$$\vec{\alpha}_A = \vec{\alpha}_{Γx} = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{εΓ} \Rightarrow \alpha_A = \alpha_{Γx} = \alpha_{cm} + \alpha_{εΓ} = \alpha_{cm} + r\alpha_{γων} = \alpha_{cm} + \frac{R\alpha_{γων}}{2}$$

ΚΧΟ $\alpha_{cm} = R\alpha_{γων}$ άρα $\alpha_A = \alpha_{Γx} = \alpha_{cm} + \frac{1}{2}\alpha_{cm} = \frac{3}{2}\alpha_{cm}$

οπότε $\alpha_A = \frac{3}{2}\alpha_{cm} \Rightarrow \boxed{\alpha_{cm} = \frac{2}{3}\alpha_A = 1\, m/s^2}$

Για το σημείο Β ισχύει: $\vec{v}_B = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{γρ_B} \Rightarrow v_B = v_{cm} + v_{γρ_B}$

ΚΧΟ $v_{cm} = R\omega$ άρα $v_B = R\omega + R\omega = 2R\omega \Rightarrow \boxed{v_B = 2R\omega = 4\, m/s}$

Δ4) Τότε ο δίσκος έχει διανύσει $x_{cm} = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{4} = \frac{\ell}{4} = 1\, m$

Ισχύει $x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{\alpha_{cm}}} = \sqrt{2}$ sec και $v_{cm} = \alpha_{cm} t = \sqrt{2}\, m/s$

Όμως $v_{cm} = R\omega \Rightarrow \sqrt{2} = 0{,}2\cdot\omega \Rightarrow \boxed{\omega = 5\sqrt{2}\, \frac{rad}{sec}}$

Δ5) Μέχρι τη στιγμή που κόβεται το νήμα ο δίσκος έχει διανύσει απόσταση x_{cm} και απέχει από την άρθρωση $\frac{\ell}{4} + x_{cm}$

Ισχύει $\Sigma\tau'_A = 0 \Rightarrow \tau_{T_{θρ}} - \tau'_N - \tau_{Mg} = 0$

$\Rightarrow T_{θρ}\cdot\ell = N\cdot\left(\frac{\ell}{4} + x_{cm}\right) + Mg\frac{\ell}{2} \Rightarrow 38\cdot 4 = 20(1 + x_{cm}) + 80$

$\Rightarrow 152 = 20 + 20x_{cm} + 80 \Rightarrow 20x_{cm} = 52 \Rightarrow x_{cm} = 2{,}6\, m.$

Τότε $x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{\alpha_{cm}}} = \sqrt{5{,}2}$ sec

Για το σημείο Α: $x_A = \frac{1}{2}\alpha_A\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot 1{,}5\cdot 5{,}2\, m \Rightarrow \boxed{x_A = 3{,}9\, m}$

ή $x_A = x_{cm} + \ell_{νημ} = x_{cm} + r\theta = x_{cm} + \frac{R\theta}{2} = x_{cm} + \frac{x_{cm}}{2} \Rightarrow \boxed{x_A = \frac{3}{2}x_{cm} = 3{,}9\, m}$