

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



## Διαγώνισμα Β λυκείου Μαθηματικά 6 – 11 – 2022

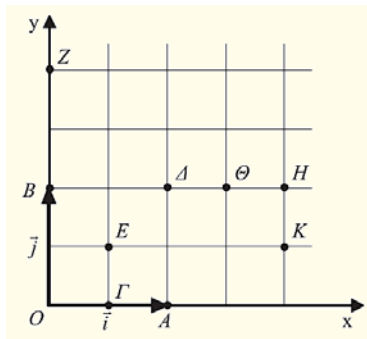
### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να δώσετε τον ορισμό του γινομένου ενός πραγματικού αριθμού  $\lambda$  επί ένα διάνυσμα  $\vec{a}$ .

**A2.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, όπου A,B,Γ και Δ τέσσερα σημεία

i)  $\overline{AG} + \overline{GB} = \dots$     ii)  $\overline{AG} - \overline{DG} = \dots$     iii)  $\overline{AB} + \overline{BD} - \overline{GD} - \overline{AG} = \dots$

**A3.** Στο παρακάτω σχήμα είναι  $\overline{OA} = \vec{i}$ ,  $\overline{OB} = \vec{j}$ .



i) Να εκφράσετε ως συνάρτηση των  $\vec{i}, \vec{j}$  τα διανύσματα θέσης των σημείων K, Θ, E και Z

ii) Να εκφράσετε ως συνάρτηση των  $\vec{i}, \vec{j}$  τα διανύσματα  $\overline{EK}, \overline{ZE}, \overline{\Theta Z}$ .

iii) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\overline{\Delta K}$ .

iv) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το  $\overline{\Delta E}$  με τον άξονα  $x'x$ .

**A4.** Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνονται τα σημεία A(3,4), B(2,1) και Δ(4,2).

i) Να βρείτε σημείο Γ του επιπέδου ώστε το τετράπλευρο ABΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο.

ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Λ του ΑΓ. (3 - 6 - 10 - 6)

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (3, 6)$ ,  $\vec{b} = (4, 8)$  και  $\vec{\gamma} = (-2, 1)$ .

i) Να δείξετε ότι  $\vec{a} // \vec{b}$  και ότι τα  $\vec{a}, \vec{\gamma}$  δεν είναι συγγραμμικά

ii) Να βρείτε το  $k \in R$  ώστε το διάνυσμα  $\vec{w} = (k, k - 6)$  να είναι παράλληλο με το διάνυσμα  $\vec{u} = \vec{a} + 4\vec{\gamma}$ .

**B2.** Αν για τα σημεία A,B,Γ,Δ και E ισχύει  $3\overline{EB} + 5\overline{AB} + 7\overline{EA} + 2\overline{AD} - 10\overline{EG} = \vec{0}$  να δείξετε ότι τα σημεία B,Γ και Δ είναι συνευθειακά.

**B3.** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ πλευράς 10 και το μέσο M της πλευράς ΒΓ. Να βρεθούν τα μέτρα των γωνιών :

i)  $(\widehat{AB, AG})$     ii)  $(\widehat{AM, BG})$     iii)  $(\widehat{AM, GA})$     iv)  $(\widehat{BM, GM})$     v)  $(\widehat{GM, GB})$     (10 - 5 - 10)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

### ΘΕΜΑ Γ

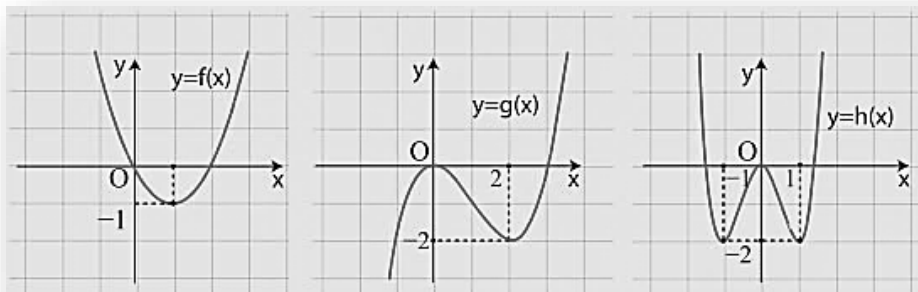
**Γ1.** Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει :  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

**Γ2.** i) Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  ;

ii) Να δώσετε τον ορισμό του ολικού ελάχιστου για μία συνάρτηση  $f$ .

iii) Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται περιττή ;

**Γ3.** Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g, h$  :



- i. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία καθεμιά από τις συναρτήσεις είναι γνησίως αύξουσα και γνησίως φθίνουσα.
- ii. Να προσδιορίσετε τα ολικά ακρότατα των συναρτήσεων, καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.
- iii. Να βρείτε ποιες από τις παραπάνω γραμμές είναι γραφικές παραστάσεις άρτιας και ποιες περιττής συνάρτησης.

**Γ4.** Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση  $K(x) = |x + 3| + 2$ .

(6 – 9 – 6 – 4)

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι : 
$$\frac{\eta\mu(5\pi+\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(7\pi-\varphi)\cdot\eta\mu(\frac{5\pi}{2}-\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{7\pi}{2}+\varphi)}{\sigma\varphi(5\pi+\varphi)\cdot\eta\mu(7\pi-\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi}{2}-\varphi)\cdot\sigma\varphi(\frac{7\pi}{2}+\varphi)} = \eta\mu^2\varphi - 1$$

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι : 
$$\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu x}$$

**Δ3.** Αν  $\eta\mu\omega = -\frac{\sqrt{5}}{3}$  και  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$

- i. Να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .
- ii. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$  ισχύει :

$$\frac{\eta\mu(\pi+\theta)}{\eta\mu(\frac{3\pi}{2}+\theta)} - \epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \geq -3 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$$

(8 – 6 – 6 – 5)