

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/10/2022

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε ένας αριθμός α λέμε ότι είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β ;

Μονάδες 7

A2. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση από τις παρακάτω προτάσεις, σημειώνοντάς την στο τετράδιο σας:

1. Η παράσταση $(-\alpha - \beta)^2$ είναι ίση με:

i) $-\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta$

ii) $\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$

iii) $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$

iv) $\alpha^2 + \beta^2$

2. Η παράσταση $\frac{x}{x^2 - 1}$ δεν ορίζεται όταν:

i) $x=1$

ii) $x=-1$

iii) $x=1$ ή $x=-1$

iv) $x=1$ και $x=-1$

3. Η παράσταση $x^3 - 27$ όταν παραγοντοποιείται, ο ένας της παραγόντας είναι :

i) $x+3$

ii) $x-27$

iii) $x-3$

iv) $x-9$

4. Αν $\alpha < \beta < \gamma$ και $\alpha < 0$, ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό;

i) $\beta < 0$

ii) $\beta > 0$

iii) $\gamma > 0$

iv) $\gamma - \beta > 0$

v) $\alpha - \beta > 0$

Μονάδες 8

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα από κάθε μία τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. $-a^3 = (-a)^3$
- ii. $5^{-1} + 5^{-1} = 5^{-2}$
- iii. $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 - c^2$
- iv. Αν $a > b$ και $c > d$ τότε $a \cdot b > c \cdot d$ για κάθε $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- v. $x \geq a \Leftrightarrow x \in (a, +\infty)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να αποδείξετε ότι:

- i. $(a + b)^3 - (a - b)^3 - 6a^2b = 2b^3$
- ii. $(a - 1)^2 - 2(a - 1)(a + 1) + (a + 1)^2 = 4$

Μονάδες 12

B2. Έστω a, b πραγματικοί αριθμοί, διαφορετικοί μεταξύ τους, για τους οποίους ισχύουν:

$$a^2 = 2a + b \quad \text{και} \quad b^2 = 2b + a$$

1) Να αποδείξετε ότι:

- i. $a^2 - b^2 = a - b$
- ii. $a + b = 1$

Μονάδες 8

2) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = a^2 + b^2$

Μονάδες 5

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

- i. $\frac{x^3 - x^2 + x}{x^3 + 1}$
ii. $\frac{(x+2)(2x-1)(x-1) + x - 4}{x^2 - 2}$
iii. $(\alpha - \frac{1}{\alpha})^2 \cdot \frac{\alpha^3 + \alpha^2}{(\alpha + 1)^3}$

Μονάδες 9

Γ2. Αν x, y είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{x(x^4 y^5)^4}{x^{-9} y^{-1} (x^{-2} y^{-3})^5}$$

Μονάδες 8

Γ3. Να δείξετε ότι: $-1 \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν α και β πραγματικοί αριθμοί με $2 \leq \alpha \leq 4$ και $1 \leq \beta \leq 6$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

- i. $\alpha + 2\beta$
ii. $\alpha - \beta$
iii. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
iv. $\frac{\alpha}{\beta}$
v. $\alpha^2 + \beta^2$

Μονάδες 10

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



Δ2. Δίνεται η παράσταση $A = x^2 - 10xy + 27y^2 - 8y + 8$. Αφού εκφράσετε το A σαν άθροισμα τετραγώνων, να προσδιορίσετε την τιμή των x,y ώστε $A = 0$.

Μονάδες 8

Δ3. Αν $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$, με $\alpha, \beta \neq 0$, να δείξετε ότι $\beta \neq 2$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ