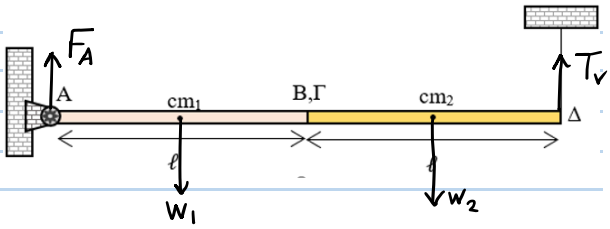
Λύσεις διαγωνίσματος Φυσικής 12/2/2022

ΘΕΜΑ Α

A_1 - δ A_2 - δ A_3 - α A_4 - α A_5 Σ Λ Λ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1 | Α-α | Β-β



Α. $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + T_v = w_1 + w_2$

$\Rightarrow F_A + T_v = m_1 g + m_2 g \Rightarrow F_A + T_v = 5mg + mg$

$\Rightarrow F_A + T_v = 6mg$ ①

$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{T_v} - \tau_{w_1} - \tau_{w_2} = 0 \Rightarrow T_v 2\ell - w_1 \frac{\ell}{2} - w_2 \frac{3\ell}{2} = 0$

$\Rightarrow 2T_v = \frac{5mg}{2} + \frac{3mg}{2} \Rightarrow T_v = 2mg$

① $\Rightarrow F_A + 2mg = 6mg \Rightarrow F_A = 4mg$ Άρα $\frac{F_A}{T_v} = \frac{4mg}{2mg} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{T_v} = 2}$ (α)

Β. $I_{ολΑ} = I_{ΑΒ} + I_{ΒΓ} = I_{cm_1} + m_1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + I_{cm_2} + m_2 \left(\frac{3\ell}{2}\right)^2$

$\Rightarrow I_{ολΑ} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{\ell^2}{4} + \frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{9\ell^2}{4} = \frac{1}{3} m_1 \ell^2 + \frac{28}{12} m_2 \ell^2 = \frac{1}{3} m_1 \ell^2 + \frac{7}{3} m_2 \ell^2$

$\Rightarrow I_{ολΑ} = \frac{5}{3} m\ell^2 + \frac{7}{3} m\ell^2 \Rightarrow I_{ολΑ} = 4m\ell^2$

$\Sigma \tau_A = I_{ολΑ} \alpha_{γων} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{\Sigma \tau_A}{I_{ολΑ}} = \frac{\tau_{w_1} + \tau_{w_2}}{I_{ολΑ}} = \frac{w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \frac{3\ell}{2}}{I_{ολΑ}}$

$\Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{\frac{5}{2} mg\ell + \frac{3}{2} mg\ell}{4m\ell^2} = \frac{8mg\ell}{8m\ell^2} \Rightarrow \boxed{\alpha_{γων} = \frac{g}{\ell}}$ (β)

Β2 - γ $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$ ①, $E = \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} D(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi)$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2} DA_1^2 + \frac{1}{2} DA_2^2 + D A_1 A_2 \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi = E_1 + E_2 + D\sqrt{\frac{2E_1}{D}}\sqrt{\frac{2E_2}{D}} \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi$

$\Rightarrow E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \sigma\upsilon\nu\Delta\varphi$

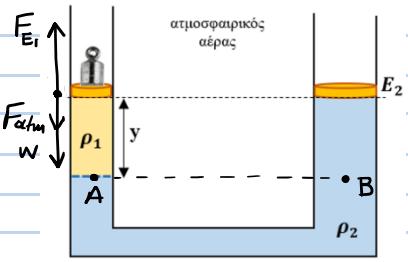
$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ $E = 3E_1 \Rightarrow E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 3E_1 \Rightarrow E_2 = 2E_1$

$\Rightarrow \frac{1}{2} D A_2^2 = 2 \frac{1}{2} D A_1^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{2} A_1$

$\Delta\varphi = \pi/4$ ① $\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + 2A_1^2 + 2A_1 \sqrt{2} A_1 \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}}$ ($\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} \to \frac{\sqrt{2}}{2}$)

$\Rightarrow A = \sqrt{3A_1^2 + 2A_1^2} \Rightarrow \boxed{A = \sqrt{5} A_1}$ (γ)

Β3-Β Ισορροπία εμβόλου E_1: $\Sigma F_{yE_1} = 0$



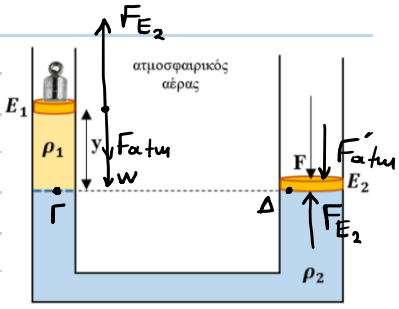
$\Rightarrow F_{E_1} = F_{atm} + w \Rightarrow P_{εμβ_1} A_1 = P_{atm} A_1 + w$

$\Rightarrow P_{εμβ_1} = P_{atm} + \frac{w}{A_1}$

$P_A = P_B \Rightarrow P_{εμβ_1} + \rho_1 g \cdot y = P_{atm} + \rho_2 g \cdot y$

$\Rightarrow P_{atm} + \frac{w}{A_1} + \rho_1 g \cdot y = P_{atm} + 1{,}25\,\rho_1 g y \Rightarrow \frac{w}{A_1} = 0{,}25\,\rho_1 g y \Rightarrow \rho_1 g y = \frac{4w}{A_1}$

Νέα θέση ισορροπίας για τα έμβολα.



Για το έμβολο E_2: $\Sigma F_{yE_2} = 0 \Rightarrow F_{E_2} = F'_{atm} + F$

$\Rightarrow P_\Delta A_2 = P_{atm} A_2 + F \Rightarrow P_\Delta = P_{atm} + F/A_2$

$P_\Gamma = P_\Delta \Rightarrow P_{εμβ_1} + \rho_1 g y_1 = P_{atm} + \frac{F}{A_2}$

$\Rightarrow P_{atm} + \frac{w}{A_1} + \rho_1 g y = P_{atm} + \frac{F}{A_2} \Rightarrow \frac{w}{A_1} + \frac{4w}{A_1} = \frac{F}{A_2} \Rightarrow \frac{5w}{A_1} = \frac{F}{4A_1} \Rightarrow \boxed{F = 20w}$ (Β)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1 $\Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02} = \pi$ rad $\quad A_{1,2} = |A_1 - A_2| = |0{,}04\,m - 0{,}02\,m| \Rightarrow A_{01} = 0{,}02\,m$

$A_1 > A_2 \rightarrow \varphi_0 = \varphi_{01} = \pi$ rad

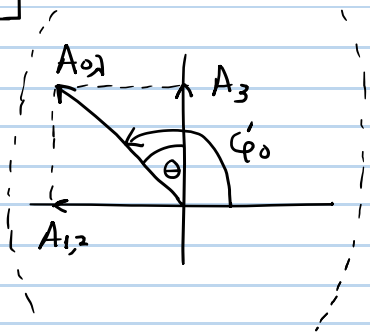
$x_{1,2} = A_{1,2}\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{x_{1,2} = 0{,}02 \cdot \eta\mu(200t + \pi)\ SI}$

Γ2 $D = m\omega^2 = 0{,}1 \cdot 4 \cdot 10^4\ N/m \Rightarrow D = 4000\ N/m$

$t = \frac{\pi}{400}$ sec $\quad x_{1,2} = 0{,}02\,\eta\mu\left(200\frac{\pi}{400} + \pi\right) = 0{,}02\,\eta\mu\frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_{1,2} = -0{,}02\,m$

$\Sigma F = -D x_{1,2} = -4000 \cdot (-0{,}02)\,N \Rightarrow \boxed{\Sigma F = +80N}$

Γ3 $x_3 = 0{,}02\,\eta\mu\left(200t + \frac{\pi}{2}\right)\ SI$



$x_{01} = x_{1,2} + x_3 \rightarrow x_{01} = A_{01}\,\eta\mu(\omega t + \varphi'_0)$

$\Delta\varphi' = \varphi_0 - \varphi_{03} = \pi - \pi/2 \Rightarrow \Delta\varphi' = \frac{\pi}{2}$ rad

$A_{01} = \sqrt{A_{1,2}^2 + A_3^2} = 0{,}02\sqrt{2}\ m \quad \varphi'_0 = \theta + \varphi_0$

$\epsilon\varphi\theta = \frac{A_{1,2}}{A_3} = 1 \rightarrow \theta = \pi/4$ rad $\quad$ άρα $\varphi'_0 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi'_0 = 3\pi/4$ rad

$U_{max} = \omega \cdot A_{01} = 200 \cdot 0{,}02\sqrt{2}\ m/s = 4\sqrt{2}\ m/s$

$U = U_{max}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi'_0) \Rightarrow \boxed{\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(200t + 3\pi/4\right)\ SI}$

Γ4 $x_2 = 0{,}02\,\eta\mu(200t)$ $\omega_2 = 200\ rad/s \longrightarrow \omega_2' = \omega_2 - \frac{2}{100}\omega_2 = \frac{98}{100}\omega_2$

$\Rightarrow \omega_2' = \frac{98}{100}200 \Rightarrow \omega_2' = 196\ \frac{rad}{sec}$

$x_2' = A_2\,\eta\mu(\omega_2' t) \Rightarrow x_2' = 0{,}02\,\eta\mu(196t)$ SI και $x_4 = 0{,}02\,\eta\mu(204t)$ SI

Άρα $A_2 = A_4 = 0{,}02\ m$ $\omega_2' = 196\ rad/s$ $\omega_4 = 204\ rad/s$.

$$x_{2,4} = x_2' + x_4 = 2A_2\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_2' - \omega_4}{2}t\right)\eta\mu\left(\frac{\omega_2' + \omega_4}{2}t\right)$$

$$\Rightarrow x_{2,4} = 0{,}04\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{196-204}{2}t\right)\eta\mu\left(\frac{196+204}{2}t\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{2,4} = 0{,}04\,\sigma\upsilon\nu(4t)\cdot\eta\mu(200t)\ SI}$$

Γ5 Περίοδος διακροτήματος $T_\delta = \frac{2\pi}{|\omega_2' - \omega_4|} \Rightarrow T_\delta = \frac{\pi}{4}\ sec$

Περίοδος κίνησης $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{200} \Rightarrow T = \frac{\pi}{100}\ sec$

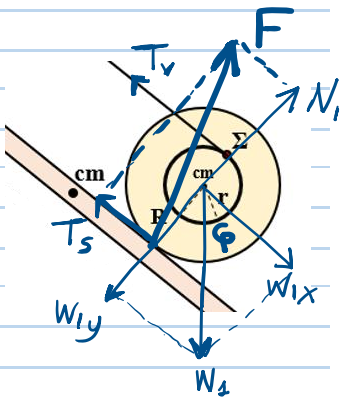
$\upsilon = 0$ στις αμφιέσεις θέσεις

Σε T $\upsilon = 0$ 2 φορές
Σε T_δ $\upsilon = 0$ λ φορές

$$\lambda = \frac{2T_\delta}{T} = \frac{2\pi/4}{\pi/100} \Rightarrow \boxed{\lambda = 50\ \text{φορές}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 Στον δίσκο ασκούνται το βάρος του w_1, η τάση νήματος $\vec{T}_v$ και η δύναμη $\vec{F}$ από τη δοκό με συνιστώσες τη στατική τριβή $\vec{T}_s$ και την κάθετη αντίδραση $\vec{N}_1$. Από την ισορροπία του δίσκου έχουμε



$\Sigma F_{1x} = 0 \Rightarrow w_{1x} = T_v + T_s$ (1)

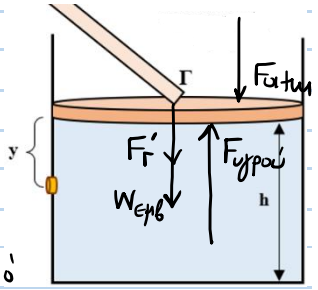
$\Sigma F_{1y} = 0 \Rightarrow N_1 = w_{1y} = w_1\,\eta\mu\varphi = 10\cdot 0{,}8\,N \Rightarrow N_1 = 8\,N$

$\Sigma\tau_{cm} = 0 \Rightarrow \tau_{T_v} - \tau_{T_s} = 0 \Rightarrow T_v r = T_s R \Rightarrow T_v = 2T_s$ (2)

(1) $\xrightarrow{(2)}$ $w_1\,\sigma\upsilon\nu\varphi = 2T_s + T_s \Rightarrow 3T_s = 10\cdot 0{,}6 \Rightarrow T_s = 2N$

$\vec{F} = \vec{T}_s + \vec{N}_1$ μέτρο $F = \sqrt{T_s^2 + N_1^2} \Rightarrow \boxed{F = \sqrt{68}\ N}$

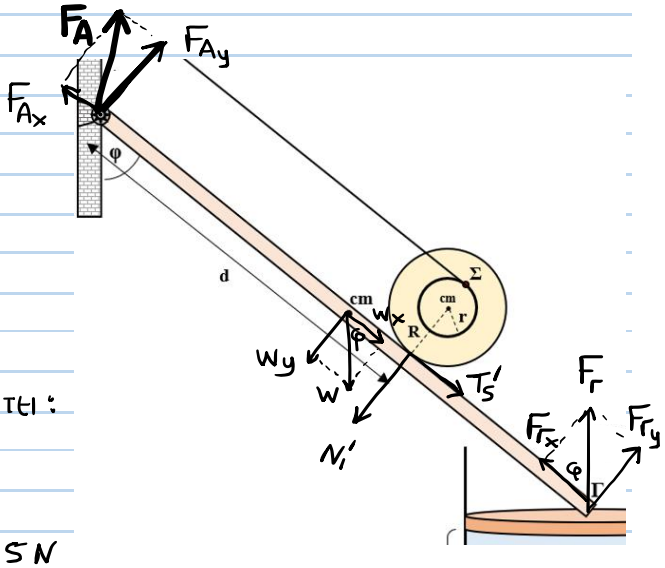
Δ2 Το έμβολο δέχεται το βάρος του $\vec{w}_{εμβ}$, την κάθετη δύναμη $\vec{F}_T'$ από τη δοκό μέτρου $F_T' = F_T = 20N$, τη δύναμη από τον ατμοσφαιρικό αέρα και τη δύναμη από το υγρό-νερό



Ισορροπία εμβόλου: $\Sigma F_{y\,εμβ} = 0 \Rightarrow F_{υγρου} = F_{ατμ} + W_{εμβ} + F_r'$

$\Rightarrow P_{εμβ} A_{εμβ} = P_{ατμ} A_{εμβ} + W_{εμβ} + F_r' \Rightarrow P_{εμβ} = P_{ατμ} + \frac{W_{εμβ} + F_r'}{A_{εμβ}} = 1,1 \cdot 10^5 N/m^2$

Στον πυθμένα $P_{πυθ} = P_{εμβ} + \rho g h \Rightarrow \boxed{P_{πυθ} = 1,3 \cdot 10^5 N/m^2}$



Δ3 Στη δοκό ασκούνται η δύναμη $\vec{F_r}$ από το έμβολο, το βάρος της $\vec{w}$ οι αντιδράσεις $\vec{N_1'}$ και $\vec{T_s'}$ από τον δίσκο και δύναμη $\vec{F_A}$ από την άρθρωση.

Από την ισορροπία της δοκού προκύπτει:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s' + w_x - F_{rx} - F_{Ax} = 0$

$\Rightarrow F_{Ax} = T_s' + w \cdot συνφ - F_r συνφ \Rightarrow F_{Ax} = 5N$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ry} + F_{Ay} - w_y - N_1' = 0$

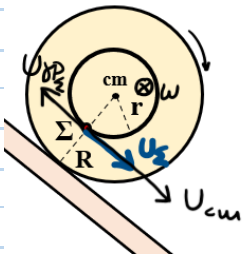
$\Rightarrow F_{Ay} = w \cdot ημφ + N_1' - F_r ημφ \Rightarrow F_{Ay} = 12N$

$\vec{F_A} = \vec{F_{Ax}} + \vec{F_{Ay}} \longrightarrow$ μέτρο $F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{169N} \Rightarrow \boxed{F_A = 13N}$

Δ4 $x_{cm} = 0,5m \rightarrow x_{cm} = R\theta \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2\pi}\theta \Rightarrow \theta = \pi\, rad$ η γωνία που διαγράφει κάθε σημείο του δίσκου άρα και το σημείο Σ.

$x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{a_{cm}}} = 0,5sec$

$U_{cm} = a_{cm} t = 2 m/s$, $U_{cm} = R\omega$ και $U_{\gamma\rho_\Sigma} = r\omega = \frac{R\omega}{2} = \frac{U_{cm}}{2} = 1 m/s$



Άρα $\vec{U_\Sigma} = \vec{U_{cm}} + \vec{U_{\gamma\rho_\Sigma}} \Rightarrow U_\Sigma = U_{cm} - U_{\gamma\rho_\Sigma} \Rightarrow \boxed{U_\Sigma = 1 m/s}$

Δ5 Ισορροπία δοκού πριν κοπεί το νήμα: $\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{F_{ry}} - \tau_{N_1'} - \tau_{w_y} = 0$

$\Rightarrow F_{ry} \ell - N_1' d - w_y \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow F_r \cdot ημφ \ell - w \cdot ημφ \frac{\ell}{2} = N_1' d \Rightarrow \underline{\underline{d = 7,5m}}$

Ισορροπία δοκού όταν το cm του δίσκου έχει μετατοπιστεί $x_{cm} = 2m$:

$\Sigma \tau_A' = 0 \Rightarrow \tau_{F_{ry}}' - \tau_{N_1}' - \tau_{w_y} = 0 \Rightarrow F_{ry}'' \ell - N_1' (d + x_{cm}) - w_y \frac{\ell}{2} = 0$

$\Rightarrow F_r'' ημφ \ell = N_1' (d + x_{cm}) + w \cdot ημφ \frac{\ell}{2} \Rightarrow \underline{\underline{F_r'' = 22N}}$

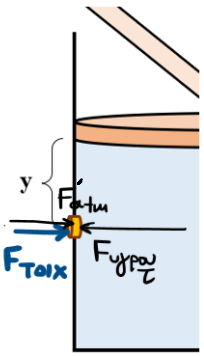
Ισορροπία εμβόλου: $\Sigma F_{y\,εμβ} = 0 \Rightarrow F_{υγρ}' = F_{ατμ} + W_{εμβ} + F_r''$

$\Rightarrow P_{εμβ}' A_{εμβ} = P_{ατμ} A_{εμβ} + W_{εμβ} + F_r''$

$$\Rightarrow P'_{\epsilon\mu\beta} = P_{atm} + \frac{W_{\epsilon\mu\beta} + F''_r}{A_{\epsilon\mu\beta}} \Rightarrow \underline{\underline{P'_{\epsilon\mu\beta} = 1,102 \cdot 10^5 \, N/m^2}}$$

Η πίεση στην τάπα είναι: $P_\tau = P'_{\epsilon\mu\beta} + \rho g y = \left(1,102 \cdot 10^5 + 0,098 \cdot 10^5\right) N/m^2$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_\tau = 1,2 \cdot 10^5 \, N/m^2}}$$



Η τάπα μέχρι πριν εκτοξευτεί δέχεται τη δύναμη από το υγρό $\vec{F}_{\text{υγρού τ}}$, τη δύναμη από τον ατμοσφαιρικό αέρα F'_{atm} και τη δυναμή (τριβής) από τα τοιχώματα $\vec{F}_{\tau o i x}$

Ισχύει $\Sigma F_{\text{τάπας}} = 0 \Rightarrow F_{\text{υγρού τ}} = F'_{atm} + F_{\tau o i x}$

$$\Rightarrow P_\tau \cdot A_{\text{τάπας}} = P_{atm} A_{\text{τάπας}} + F_{\tau o i x}$$

$$\Rightarrow F_{\tau o i x} = \left(P_\tau - P_{atm}\right) A_{\text{τάπας}}$$

$$\Rightarrow F_{\tau o i x} = \left(1,2 \cdot 10^5 - 10^5\right) 10^{-4} \, N \Rightarrow \boxed{F_{\tau o i x} = 2 \, N}$$