

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 13/02/2022

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνεται η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $\alpha \neq 0$  και  $x_1, x_2$  οι ρίζες της. Να

αποδείξετε ότι  $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$  και  $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τον παρακάτω συλλογισμό ως Αληθή ή Ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας :

« Η εξίσωση  $|2x-1| = x - 2$  γράφεται ισοδύναμα:

$|2x-1| = x - 2 \Leftrightarrow 2x-1 = x - 2$  ή  $2x-1 = -x + 2 \Leftrightarrow x = -1$  ή  $x = 1$ ».

**Μονάδες 1+2**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις στο τετράδιό σας, με  $\Sigma$  αν είναι Σωστές ή με  $\Lambda$  αν είναι Λανθασμένες:

α. Η εξίσωση  $2x^2 + 3\alpha x + \alpha^2 = 0$  δεν έχει πραγματικές ρίζες.

β. Αν  $v$  περιττός και  $\alpha < 0$ , τότε η εξίσωση  $x^v = \alpha$  έχει μοναδική ρίζα την  $x = \sqrt[v]{|\alpha|}$ .

γ. Η εξίσωση  $(\lambda^2 + 1)x = \lambda$  έχει μοναδική ρίζα για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

δ. Η εξίσωση  $(\alpha-1) \cdot x = \alpha \cdot (\alpha-1)$  έχει μοναδική λύση την  $x = \alpha$ .

ε. Αν  $v$  άρτιος, τότε η εξίσωση  $x^v = \alpha^v$  έχει μοναδική λύση την  $x = \alpha$ .

στ. Η εξίσωση  $2021x^2 - x - 2022 = 0$  έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 12**

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda^2 - 1)x = (\lambda + 1)(\lambda + 2)$  με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$

**α)** Να λύσετε την εξίσωση για  $\lambda = 1$  και για  $\lambda = -1$ . **Μονάδες 6**

**β)** Για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση έχει μοναδική λύση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

**B2.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

**i.**  $4x^2 - 7x - 15 = 0$

**ii.**  $2x^5 + 16x^2 = 0$

**iii.**  $\frac{1}{x} + \frac{x^2+1}{x^2-x} = -\frac{x+3}{1-x}$

**Μονάδες 12**

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Να λυθούν οι εξισώσεις:

**i.**  $2x^4 + 7x^2 + 3 = 0$

**ii.**  $x^2 - 8|x| + 12 = 0$

**iii.**  $(x + \frac{1}{x})^2 - 5(x + \frac{1}{x}) + 6 = 0$

**Μονάδες 9**

**Γ2.** Δίνεται η εξίσωση  $2x^2 + 5x - 1 = 0$

**i.** Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες,  $x_1$  και  $x_2$  και να βρείτε την τιμή των παραστάσεων :

**α)**  $x_1 + x_2$

**β)**  $x_1 \cdot x_2$

**γ)**  $x_1^2 + x_2^2$

**Μονάδες 8**

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



- ii. Να προσδιορίσετε μια εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς  $\rho_1 = \frac{1}{x_1}$   
και  $\rho_2 = \frac{1}{x_2}$ .

Μονάδες 3

Γ3. Να βρείτε το πλήθος ριζών της εξίσωσης:  $x^2 - (\alpha + \gamma)x + \alpha\gamma - \beta^2 = 0$  για κάθε  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ .

Μονάδες 5

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 2 = 0$  (1) και  $\lambda \in \mathbb{R}$

- i. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι  $\Delta = 4\lambda - 8$ .

Μονάδες 3

- ii. Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει μια διπλή ρίζα και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση:  $||x|-1| = \lambda$ .

Μονάδες 2+3

- iii. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες και στη συνέχεια να απλοποιηθεί η παράσταση:  
 $A = |\lambda-1| - |4-2\lambda| + \lambda$ .

Μονάδες 2+4

Δ2. Δίνεται ότι:  $\alpha^{10} + \beta^6 + 65 = 2(\alpha^5 - 8\beta^3)$

- i. Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$ .

Μονάδες 5

- ii. Αν  $\alpha = 1$  και  $\beta = -2$ , να λύσετε την εξίσωση:  $(|\beta x + 3| - \alpha)^4 = (2\alpha - 3\beta)^{\frac{4}{3}}$

Μονάδες 6

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!