

1. ☒ Ζωγράφου: Ι. Χρυσίπτου 1, ☎ 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10, ☎ 210 7488180  
2. ☒ Χολαργός: Φανερωμένης 13, ☎ 210 6536551  
3. ☒ Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, ☎ 210 600003

## Διαγώνισμα Άλγεβρα Α λυκείου

Ημερομηνία : 3 -12 - 2023

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $\alpha, \beta \geq 0$ , να αποδείξετε την ιδιότητα  $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$ .

**A2.** Να δοθεί ο ορισμός απόλυτης τιμής.

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1) Ισχύει  $|3 - \pi| = 3 - \pi$
- 2) Ισχύει  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$
- 3) Αν  $\alpha \cdot \beta \geq 0$  τότε ισχύει  $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$
- 4) Η εξίσωση  $(|x| + 1)(|x| + 2) = 0$  είναι αδύνατη
- 5) Ισχύει  $\sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες : 10 – 5 – 10

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνεται η παράσταση  $K = \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2} - \frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$ .

α) Να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει ο αριθμός  $x$ , ώστε η παράσταση  $K$  να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

β) Αν  $-2 < x < 3$ , να αποδείξετε ότι η παράσταση  $K$  είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του  $x$ .

**B2.** Δίνονται οι αριθμοί:  $A = (\sqrt{2})^6$  και  $B = (\sqrt[3]{2})^6$

α) Να δείξετε ότι:  $A - B = 4$ .

β) Να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς :

$$\sqrt{2}, \quad 1, \quad \sqrt[3]{2}$$

Μονάδες : 13(4-9) – 12(5-7)

1. ☒ Ζωγράφου: Ι. Χρυσίππου 1, ☎ 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10, ☎ 210 7488180  
2. ☒ Χολαργός: Φανερωμένης 13, ☎ 210 6536551  
3. ☒ Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, ☎ 210 600003

### ΘΕΜΑ Γ

Να λυθούν οι εξισώσεις :

α)  $d(x, -1) + 2 = 0$

β)  $\left| \frac{x+2}{x+1} \right| = 1$

γ)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + |x^2 - x| = 0$

δ)  $|x + 7| = 2x - 1$

ε)  $\frac{2-|x-2|}{3} - \frac{1-|4-2x|}{2} = |2-x| - \frac{8-|2-x|}{6}$

Μονάδες : 5x5

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$ , με  $\alpha = 1 + \sqrt{2}$  και  $\beta = 1 - \sqrt{2}$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $\alpha^2 = 3 + 2\sqrt{2}$  και  $\beta^2 = 3 - 2\sqrt{2}$

**Δ2.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

- $A = \alpha^2 - \beta^2$
- $B = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
- $\Gamma = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνεται :  $A = 4\sqrt{2}$  και  $B = 2$

**Δ3.** Να δείξετε ότι  $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} > \sqrt{\alpha^2} - \sqrt{\beta^2}$

**Δ4.** Να αποδείξετε  $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq B$ , για κάθε  $x \neq 0$ . Πότε ισχύει η ισότητα;

**Δ5.** Να λυθεί η εξίσωση :  ${}^{2024}\sqrt{1-x} + \left| x + \frac{1}{x} \right| = 2$ .

Μονάδες : 2 - 9 - 5 - 7 - 2