

Θέμα Α

A1-β A2-α A3-γ A4-β A5 Σ Σ Σ Λ Λ

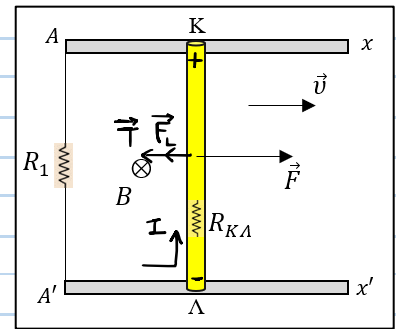
Θέμα Β

B1-α $\vec{v} = \omega r \rightarrow \Sigma \vec{F} = \vec{0} \rightarrow F = T + F_L$

$\Rightarrow F = \frac{F}{5} + F_L \Rightarrow \frac{4}{5} F = F_L \Rightarrow F = \frac{5}{4} F_L = \frac{5}{4} B I l$

οπou $I = \frac{\epsilon \eta}{R_{\sigma\lambda}} = \frac{B u l}{R_1 + R_2} = \frac{B u l}{R}$

άρα $F = \frac{5}{4} B \frac{B u l}{R} l \Rightarrow F = \frac{5}{4} \frac{B^2 l^2 u}{R}$



και $P_F = \frac{dW_F}{dt} = F v \Rightarrow P_F = \frac{5}{4} \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$

$P_{R_1} = I^2 R_1 = \frac{B^2 v^2 l^2}{R^2} 0,6 \cdot R \Rightarrow P_{R_1} = \frac{3}{5} \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$

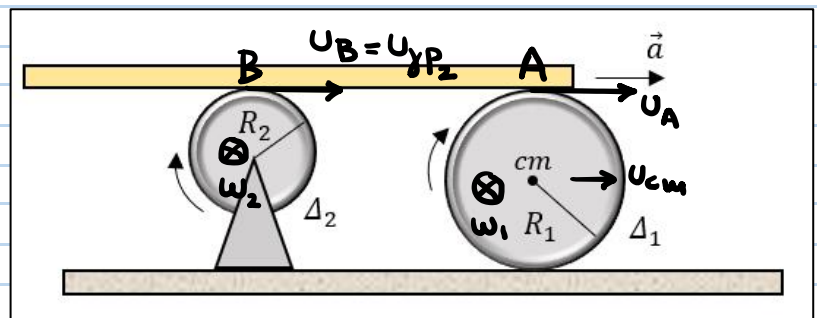
$\therefore \frac{P_{R_1}}{P_F} = \frac{3/5}{5/4} \Rightarrow \frac{P_{R_1}}{P_F} = \frac{12}{25}$ (α)

B2-A-γ, B-α

A) Ισχύου $U_B = U_{\gamma P_2} = R_2 \omega_2$

$\vec{U}_A = \vec{U}_{cm} + \vec{U}_{\gamma P_1}$

$U_A = U_{cm} + U_{\gamma P_1}$



Για Δ_1 κ > 0 $U_{cm} = U_{\gamma P_1} = R_1 \omega_1$

αρα $U_A = 2 U_{\gamma P_1} = 2 R_1 \omega_1 = 2 U_{cm}$

Επειδή η σανίδα δεν ολισθαίνει πάνω στους δίσκους ισχύει:

$\vec{U}_{σανιδας} = \vec{U}_B = \vec{U}_A$ αρα $U_B = U_A \Rightarrow R_2 \omega_2 = 2 R_1 \omega_1 \Rightarrow R_2 \omega_2 = 2 \cdot 1,5 R_1 \omega_1$

$\Rightarrow \omega_2 = 3 \omega_1 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{3}$ (γ)

B) Ισχύει: $U_A = U_B \Rightarrow 2 R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2 \rightarrow 2 R_1 \frac{d\omega_1}{dt} = R_2 \frac{d\omega_2}{dt}$

$\Rightarrow 2 \cdot 1,5 \cdot R_2 \alpha_{\gamma \omega_1} = R_2 \alpha_{\gamma \omega_2} \Rightarrow \alpha_{\gamma \omega_2} = 3 \alpha_{\gamma \omega_1}$

$\theta_1 = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma \omega_1} t^2$

$\theta_2 = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma \omega_2} t^2$

$\therefore \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\alpha_{\gamma \omega_1}}{\alpha_{\gamma \omega_2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\theta_2}{3} \Rightarrow \theta_2 = 2\pi \text{ rad}$ (α)

B3-β Για Σ_2 $\vec{F} = \vec{F}_{\text{επαφής}}$. Έστω θετική πάνω

$$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow F - m_2 g = -m_2 \omega^2 y$$

$$\Rightarrow F = m_2 g - m_2 \omega^2 y \quad -A \leq y \leq +A$$

$$\text{για } y = +A \quad F_{\text{min}} = m_2 g - m_2 \omega^2 A$$

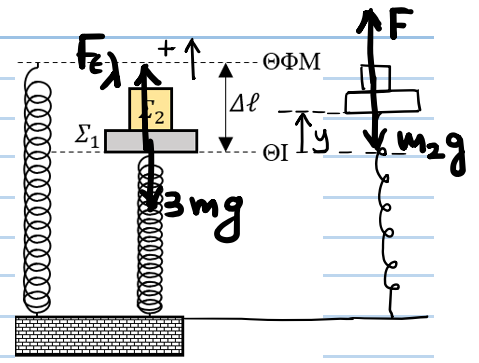
$$\text{για } y = -A \quad F_{\text{max}} = m_2 g + m_2 \omega^2 A$$

$$F_{\text{max}} = 3F_{\text{min}} \Rightarrow m_2 g + m_2 \omega^2 A = 3m_2 g - 3m_2 \omega^2 A \Rightarrow 4m_2 \omega^2 A = 2m_2 g$$

$$\Rightarrow 2\omega^2 A = g \quad \text{όπου } D = k = m_0 g \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_0 g} = \frac{k}{3m}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{k}{3m} A = g \Rightarrow A = \frac{3mg}{2k}, \quad \text{στις } \Theta I: \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\epsilon 1} = 3mg \Rightarrow k \Delta l = 3mg$$

$$\Rightarrow A = \frac{k \Delta l}{2k} \Rightarrow \boxed{A = \frac{\Delta l}{2}} \quad \text{ⓑ}$$



ΘΕΜΑ Γ

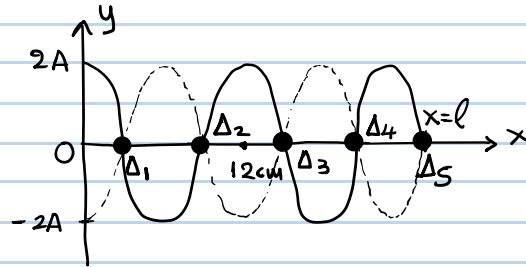
Γ1 $y = 12 \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) \eta \mu(20\pi t)$ $y, x \rightarrow \text{cm}$

$$y = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

Έχουμε: $2A = 12 \text{ cm} \Rightarrow A = 6 \text{ cm}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 20\pi \Rightarrow T = 0,1 \text{ sec}, \quad f = 10 \text{ Hz}$$



$$v = \lambda f = 12 \cdot 10 \text{ cm/s} \Rightarrow \boxed{v = 120 \text{ cm/s} = 1,2 \text{ m/s}}$$

λοχία $x = l \Rightarrow (2k+1) \frac{\lambda}{4} = l \xrightarrow{k=4} 9 \frac{\lambda}{4} = l \Rightarrow \boxed{l = 27 \text{ cm}}$

Γ2 $V = \frac{dy}{dt} = \omega \cdot 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T} \Rightarrow V = 2,4\pi \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) \cos(20\pi t)$ $\begin{matrix} V \rightarrow \text{m/s} \\ x \rightarrow \text{cm} \end{matrix}$

για $x = 12 \text{ cm}$ $V = 2,4\pi \sin 2\pi \cdot \cos(20\pi t) \Rightarrow \boxed{V = 2,4\pi \cdot \cos(20\pi t) \text{ sI}}$

Γ3 Η κοιλία στη θέση $x = 12 \text{ cm}$ βρίσκεται μεταξύ 2^{ου} (Δ_2) και 3^{ου} (Δ_3)

οπότε με την κοιλία στη θέση $x = 0$ έχει $\Delta\phi = 0$. Άρα τη χρονική

στιγμή $t = 0$ έχει $y = 0$ και $V > 0$. Για 1^η φορά έχει απομάκρυνση

$y = -12 \text{ cm} = -2A$ τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{40} \text{ sec}$. Βρίσκεται σε

αυραία θέση, άρα όλα τα σημεία της χορδής που ευτελούν

αρμονική ταλάντωση θα βρίσκονται σε ακραίες θέσεις.

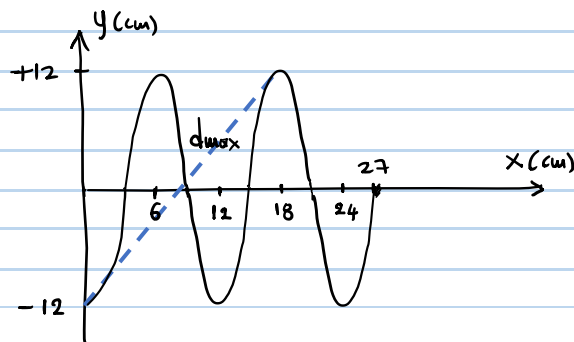
→ $y = f(x)$ εξίσωση συμπίεσης

Για $t = \frac{1}{20}$ sec ισχύει

$$y = 12 \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) \sin\left(20\pi \frac{3\pi}{40}\right) = 12 \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y = -12 \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) \quad x, y \text{ σε cm}$$

για $x=0$ $y = -12$ cm



Γ4 Η κοιλία στη θέση $x=0$ και η κοιλία μεταξύ $3^{\text{ου}}$ (Δ_3) και

$4^{\text{ου}}$ (Δ_4) δεσμού έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = \pi$ rad. Μέγιστη απόσταση

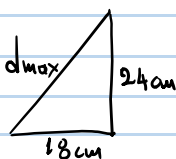
στη διάμεση της ταλάντωσης απέχουν όταν βρίσκονται στις

ακραίες θέσεις τους όπως φαίνεται στο παραπάνω σχηματικό.

θέση κοιλία $x = k \frac{\lambda}{2} = 3 \frac{\lambda}{2}$ cm $\Rightarrow x = 18$ cm

Άρα $d_{\max} = \sqrt{(4A)^2 + x^2} = \sqrt{24^2 + 18^2}$ cm $= \sqrt{900}$ cm

$d_{\max} = 30$ cm



Γ5 Για να είναι πάλι κοιλία η θέση $x = +12$ cm πρέπει:

$$x = k \frac{\lambda'}{2} = k \frac{v}{2f'} \Rightarrow f' = \frac{k \cdot v}{2x} = \frac{k \cdot 120}{2 \cdot 12} \text{ Hz} \Rightarrow \underline{f' = 5 \cdot k} \text{ Hz}$$

$$f' > f \Rightarrow 5k > 10 \Rightarrow k > 2 \text{ άρα για } k=3 \rightarrow \underline{f' = 15} \text{ Hz}$$

$$\text{οπότε το νέο μήκος κύματος είναι } \lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{120}{15} \text{ cm} \Rightarrow \underline{\lambda' = 8} \text{ cm}$$

Έχοντας ίδια κινητική κατάσταση στα άκρα της δεύτερης χορδής

$$\text{για το μήκος της } l' \text{ πρέπει να ισχύει } l' = \frac{\lambda'}{4} + k \frac{\lambda'}{2} = (2k+1) \frac{\lambda'}{4}$$

$$\text{'Όπως } l' > l \Rightarrow (2k+1) \frac{\lambda'}{4} > l \Rightarrow (2k+1) \frac{8}{4} > 27 \Rightarrow 4k+2 > 27$$

$$\Rightarrow 4k > 25 \Rightarrow k > 6,25 \text{ άρα } k \in \mathbb{N} \text{ άρα } k=7$$

$$\text{οπότε } l' = (2k+1) \frac{\lambda'}{4} = (2 \cdot 7 + 1) \frac{8}{4} \text{ cm} \Rightarrow \underline{l' = 30} \text{ cm}$$

Θέμα Δ

Δ1 Ισορροπία Σ₂ : ΣF_{2x} = 0 ⇒ T₂ = W_{2x} = m₂g ημφ = 25N

Ισορροπία δοκού : ΣF_x = 0 ⇒ F_x = T_{2x} = T₂ αμφ = $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ N

ΣF_y = 0 ⇒ F_y = W + T_{2y} ⇒ F_y = Mg + T₂ ημφ ①

Στ_A = 0 ⇒ τ_W - τ_{T₂} = 0 ⇒ W $\frac{l}{2}$ ημφ = T₂ l ημφ

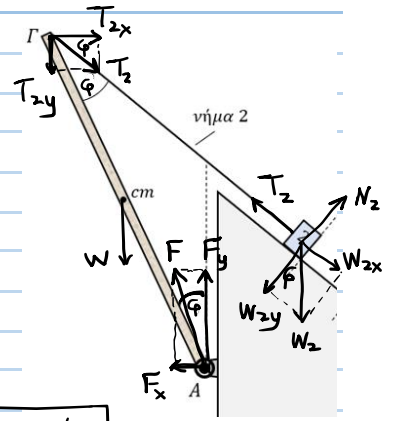
⇒ W $\frac{1}{2}$ = T₂ ⇒ W = 2T₂ = 50N → Mg = 50N ⇒ **M = 5kg**

① ⇒ F_y = 50 + 25 $\frac{1}{2}$ ⇒ F_y = $\frac{125}{2}$ N

$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \rightarrow$ μέτρο $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(\frac{125}{2}\right)^2 + \left(\frac{25\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5 \cdot 25}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{25}{2}\right)^2}$

⇒ $F = \sqrt{25\left(\frac{25}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{25}{2}\right)^2} = \frac{25}{2} \sqrt{28} = \frac{25}{2} \sqrt{4 \cdot 7}$

⇒ **F = 25√7 N**



Δ2 Στι θI(ξ₁) : ΣF_{ix} = 0 ⇒ W_{ix} = Fελ₁

⇒ m₁g ημφ = kΔl₁ ⇒ Δl₁ = $\frac{m_1 g \eta \mu \phi}{k} = 0,25$ m

Πλάτος αατ Σ₁ : A₁ = Δl - Δl₁ ⇒ A₁ = 0,75

Στι θΦM ΑΔΕΤ για Σ₁ : E₁ = K₁ + U₁ D = K

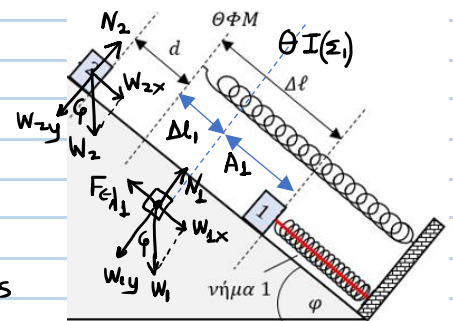
⇒ $\frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k \Delta l_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1} (A_1^2 - \Delta l_1^2)} = \sqrt{10}$ m/s

ΑΔΟ στη θΦM : P_{0λ} πριν = P_{0λ} μετά ⇒ P₁ + P₂ = P_k

⇒ P₁ - P₂ = 0 ⇒ m₁v₁ = m₂v₂ ⇒ v₂ = v₁ = $\frac{\sqrt{15}}{2}$ m/s.

ΘΜΚΕ για Σ₂ : K_{2τελ} - ~~K_{2αρχ}~~ = W_{W_{2x}} ⇒ $\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = +m_2 g \eta \mu \phi \cdot d$

⇒ $d = \frac{v_2^2}{2g \eta \mu \phi} \Rightarrow d = \frac{10}{2 \cdot 10 \cdot 1/2}$ m ⇒ **d = 1 m**



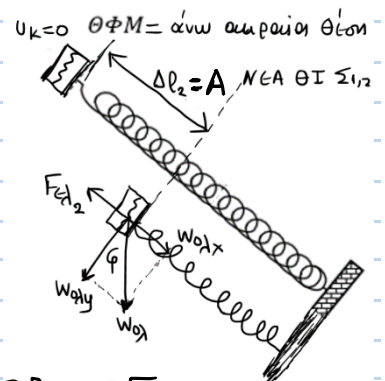
Δ3 ΝΕΑ θI Σ_{1,2} : ΣF_{1,2(x)} = 0 ⇒ W_{0λx} = Fελ₂

⇒ (m₁ + m₂)g ημφ = kΔl₂ ⇒ Δl₂ = $\frac{(m_1 + m_2) g \eta \mu \phi}{k} = 0,5$ m

Όπως A = Δl₂ = 0,5 m → πλάτος αατ m₁ + m₂ αφού μετά την κρούση η θΦM είναι η άνω αμραιά δεσφ

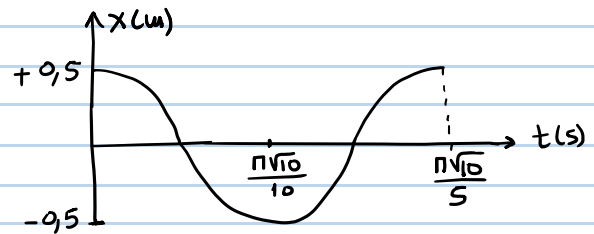
x = +A . Οπότε x = A ημ(ωt + φ₀)

D = k = (m₁ + m₂) ω² ⇒ ω = $\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{10}$ rad/s , T = $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi\sqrt{10}}{5}$ sec



$$\text{και } t=0 \quad x=+A \Rightarrow \text{nr}\varphi_0 = 1 = \text{nr}\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\text{'Αρα } \boxed{x = 0,5 \text{nr}(\sqrt{10}t + \pi/2) \text{ SI}}$$



$$\Delta_4 \text{ 'Όταν } F_{ελ} = 20\text{N} \rightarrow k\Delta\ell' = 20\text{N} \Rightarrow 100\Delta\ell' = 20 \Rightarrow \Delta\ell' = 0,2\text{m}$$

'Αρα από τη ΘΦΜ ανέλχει $\Delta\ell' = 0,2\text{m}$ οπότε από τη ΝΕΑ ΘΙ Σ_{1,2}

$$\text{ανέλχει } x = A - \Delta\ell' = (0,5 - 0,2)\text{m} \Rightarrow x = +0,3\text{m}$$

Πρώτη φορά από τη στιγμή $x = +0,4\text{m}$ διέχεται ματεβαίνοντας με $v < 0$

$$\text{ΑΔΕΤ: } E = k + \mathcal{U} \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{1}{2}k \cdot x^2$$

$$\Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2} (A^2 - x^2)}, \quad v < 0 \text{ αρα } v = -\sqrt{\frac{100}{10} \left(\frac{25}{100} - \frac{9}{100} \right)} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v = -\sqrt{16} \text{ m/s} = -\sqrt{\frac{16}{10}} \text{ m/s} = -0,4\sqrt{10} \text{ m/s}$$

$$\text{Ισχύει } \Delta K = W_{\Sigma F_x} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F_x}}{dt} = \Sigma F_x \cdot v = -k \cdot x \cdot v$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = -100(+0,3)(-0,4\sqrt{10}) \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = +12\sqrt{10} \text{ J/s}}$$