Παρατηρήσεις

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 5-2-2023

A1: Σχολ. Βιβλίο σελ.

A2: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ $\quad x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

A3. Λάθος διότι οι εξισώσεις δεν έχουν κοινές λύσεις

- $\dfrac{x^2-5x+2}{x-2} = 0$ Περιορισμός $x \neq 2$

  $x^2-5x+2=0 \quad \Delta = 25-8=17 \quad x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

- $2x^2-5x+2=0 \quad \Delta = 25-16=9 \quad x_{1,2} = \dfrac{5 \pm 3}{4} \begin{cases} 2 \\ 1/2 \end{cases}$

A4. (α) Λ (β) Σ (γ) Σ (δ) Σ (ε) Λ

Θέμα Β

Β1. (α). $|x-5|<2 \Leftrightarrow -2<x-5<2 \Leftrightarrow -2+5<x<2+5$

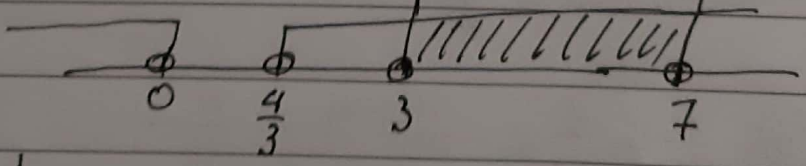
$\Leftrightarrow 3<x<7.$

(β). $|2-3x|>2 \Leftrightarrow 2-3x>2$ ή $2-3x<-2$

$-3x>0$ ή $-3x<-4$

$x<0$ ή $x>\frac{4}{3}$

(γ).



Άρα $x \in (3,7)$

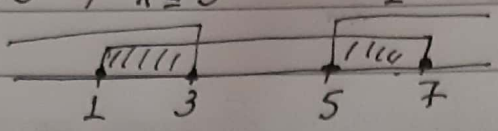
Παρατηρήσεις

Β2 (α). $1 \le |x-4| \le 3$

$|x-4| \ge 1$ και $|x-4| \le 3$

$x-4 \ge 1$ ή $x-4 \le -1$ $\quad$ $-3 \le x-4 \le 3$

$x \ge 5$ ή $x \le 3$ $\quad$ $1 \le x \le 7$



Άρα $x \in [1,3] \cup [5,7]$

(β). Οι ακέραιοι τιμές είναι $K = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

Θέμα Γ

Γ1. $\Delta = 36 - 4|k-2|$

Για να έχει δύο ρίζες πραγματικές πρέπει:

$\Delta \ge 0 \Leftrightarrow 36 - 4|k-2| \ge 0 \Leftrightarrow$

$4|k-2| \le 36 \Leftrightarrow |k-2| \le 9$

$-9 \le k-2 \le 9 \Leftrightarrow -9+2 \le k \le 9+2$

$-7 \le k \le 11$

Γ2. Η εξίσωση για $k=2$ γίνεται

$x^2 - 6x + 7 = 0$

$S = x_1 + x_2 = -\frac{(-6)}{1} = 6$

$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{1} = 7$

(i) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{6}{7}$

(ii) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6^2 - 2 \cdot 7 = 36 - 14 = 22$

(iii) $5x_1^3 x_2 + 5x_1 x_2^3 = 5x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) = 5 \cdot 7 \cdot 22$

$= 770$

Παρατηρήσεις

Γ3. $S'=\rho_1+\rho_2=2x_1+1+2x_2+1=2(x_1+x_2)+2=2\cdot 6+2=14$

$P'=\rho_1\cdot\rho_2=(2x_1+1)(2x_2+1)=4x_1x_2+2x_1+2x_2+1$

$=4\cdot 7+2(x_1+x_2)+1=28+2\cdot 6+1$

$=41.$

Άρα η εξίσωση είναι: $x^2-S'x+P'=0$

$x^2-14x+41=0.$

Γ4. Πρέπει $\Delta\geq 0$ και $P=1$.

$\kappa\in[-7,11]$ και $|\kappa-2|=1 \Leftrightarrow \kappa-2=\pm 1$ ⟨ $\kappa=3$ δεκτή ή $\kappa=1$ δεκτή

Θέμα Δ

Δ1). Για $x=-5$ $\lambda=[2(-5)+5]^2-8(-5)=(-5)^2+40=25+40=65$

Δ2). Για $\lambda=20$ λύνουμε την εξίσωση:

$(2x+5)^2-8x=20 \Leftrightarrow 4x^2+20x+25-8x-20=0$

$4x^2+12x+5=0$

$\Delta=144-80=64$ $x_{1,2}=\dfrac{-12\pm 8}{8}=$ ⟨ $x_1=-\dfrac{1}{2}$, $x_2=-\dfrac{5}{2}$

Δ3). (α). $\lambda=(2x+5)^2-8x \Leftrightarrow \lambda=4x^2+20x+25-8x \Leftrightarrow$

$4x^2+12x+25-\lambda=0$ (2).

Έστω $\lambda=5$ η εξίσωση γίνεται $4x^2+12x+20=0$

$\Leftrightarrow x^2+3x+5=0$ με $\Delta=9-20=-11<0$

Συνεπώς δεν υπάρχει πραγματικός αριθμός x ώστε να είναι ο εξαγόμενος αριθμός λ ίσος με 5.

(β). Για να έχει πραγματική ρίζα η (2) θα πρέπει:

$\Delta\geq 0 \Leftrightarrow 12^2-4\cdot 4\cdot(25-\lambda)\geq 0 \Leftrightarrow 144-400+16\lambda\geq 0 \Leftrightarrow$

$16\lambda\geq 256 \Leftrightarrow \boxed{\lambda\geq 16}$.