

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 14/1/2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^3 + (\lambda^2 + 2\lambda)x^2 + \lambda^2 + \lambda - 2$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το $P(x)$:

- i) Είναι σταθερό πολυώνυμο
- ii) Είναι μηδενικό πολυώνυμο
- iii) Έχει βαθμό μηδέν

(μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις.

1. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι γνησίως αύξουσα.
2. Η συνάρτηση $f(x) = \beta - ax$, με $a > 0$ είναι γνησίως αύξουσα.
3. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[a, \beta]$, τότε η $f(\beta)$ είναι η μέγιστη τιμή της.
4. Για κάθε γωνιά x ισχύει $\sqrt{\eta\mu^2 x} = |\eta\mu x|$.
5. Η συνάρτηση $\text{erf}x$ ορίζεται στο σύνολο $\{x/x \neq \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}\}$.
6. Η συνάρτηση $f(x) = 3\text{συν}\left(\frac{2x}{3}\right)$ έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{3}$.
7. Αν $\text{συν}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \eta\mu x = 0$, τότε το $\eta\mu x = 0$.
8. Τα ίσα πολυώνυμα έχουν ίσες τιμές για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και αντιστρόφως.
9. Αν ο βαθμός του $P(x)$ είναι n , τότε ο βαθμός του $P(P(x))$ είναι n^2 .
10. Το πολυώνυμο $P(x) = (4x + 1)^{2024} + x^{2009} + (x - 1)^{15} - (2x - 3)^2 + 11$ έχει σταθερό όρο το 1.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 8x + y - 28 = 0$, $\epsilon_2: x - y + 1 = 0$ και $\epsilon_3: 3x + 4y + 5 = 0$.

- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2).

Αν το σημείο τομής είναι $M(3,4)$ να υπολογίσετε:

- ii. Το μέτρο του διανύσματος \overrightarrow{OM} , όπου O η αρχή των αξόνων.
- iii. Την απόσταση του σημείου M από την ευθεία (ϵ_3).

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



- iv. Αν $\vec{a} = (2\lambda - 1, \lambda + 1)$ να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα διανύσματα \vec{a} και \overline{OM} να είναι κάθετα.
- v. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(3,4)$ και είναι παράλληλη της ευθείας (ϵ_3) .

(μονάδες 5x5=25)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη.
- ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του.
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 10-5-5-5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[0, 4\pi]$ με τύπο

$f(x) = 8a \sin(ax)$, $x \in [0, 4\pi]$ οπού a θετικός πραγματικός αριθμός. Αν η συνάρτηση έχει μέγιστη τιμή ίση με 4, τότε :

Δ1. Να αποδείξετε ότι $a = \frac{1}{2}$.

Δ2. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

Δ3. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία $y = 2$.

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2$.

Δ5. Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{-f(x) - 4} = (f(x))^3 + 3(f(x))^2 + f(x) + 20$ στο διάστημα $[0, 4\pi]$.

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



Εν Δυνάμει
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δ6. Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} \left(\frac{f(x)}{4}\right)^2 - \left(\frac{f(y)}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}, & x, y \in [0, \pi] \\ 2 \frac{f(x) \cdot f(\pi - y)}{16} = 1 \end{cases}$$

Μονάδες 3 – 4 – 4 – 3 – 4 – 3