Λύσεις διαγωνίσματος Φυσικής Γ' λυκείου 9/3/2024

ΘΕΜΑ Α

Α1 – β Α2 – γ Α3 – γ Α4 – α Α5 ΛΣΛΛΣ

ΘΕΜΑ Β

Β1	Ι – β	ΙΙ – α

Ι) Στην ισορροπία του συστήματος ελατήριο - σώμα έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = mg \Rightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta\ell}$

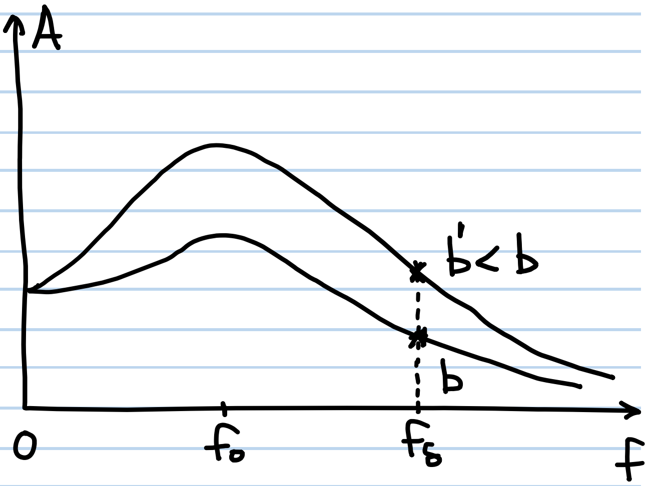
Για την ιδιοσυχνότητα του συστήματος ισχύει:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}}$$

Δίνεται η συχνότητα διεγέρτη $f_\delta = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}} > f_0$ οπότε το σύστημα δεν είναι σε συντονισμό.

Όταν $f_\delta' = \frac{f_\delta}{2} \Rightarrow f_\delta' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta\ell}} = f_0$ το σύστημα θα είναι σε κατάσταση συντονισμού οπότε θα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέγιστου πλάτους. β

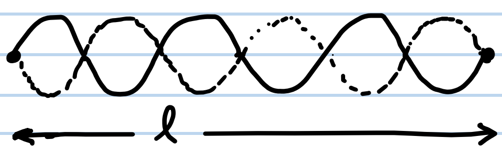
ΙΙ) Από το διάγραμμα του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα διεγέρτη για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης, προκύπτει ότι όταν η σταθερά απόσβεσης μειώνεται το πλάτος αυξάνεται $\boxed{b' < b \rightarrow A' > A}$ α



$\boxed{B2-\beta}$ Στη χορδή δημιουργούνται 6 κοιλίες.

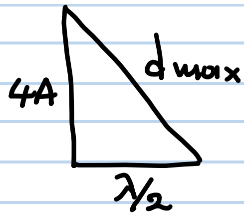
Για το μήκος ℓ της χορδής ισχύει: $\ell = 6\dfrac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \lambda = \ell/3$



Το πλάτος των κοιλιών είναι $2A = 2\dfrac{\sqrt{6}}{4}\lambda = \dfrac{\sqrt{6}\lambda}{2}$

Δύο διαδοχικές κοιλίες έχουν αντίθετη φορά κίνησης ($\Delta\Phi = \pi$ rad) οπότε μέγιστη απόσταση απέχουν όταν βρίσκονται στις ακραίες θέσεις τους. Η μέγιστη κατακόρυφη απόσταση των κοιλιών είναι $4A = 4\dfrac{\sqrt{6}}{4}\lambda = \sqrt{6}\lambda$. Η οριζόντια απόσταση των διαδοχικών κοιλιών είναι $\lambda/2$.



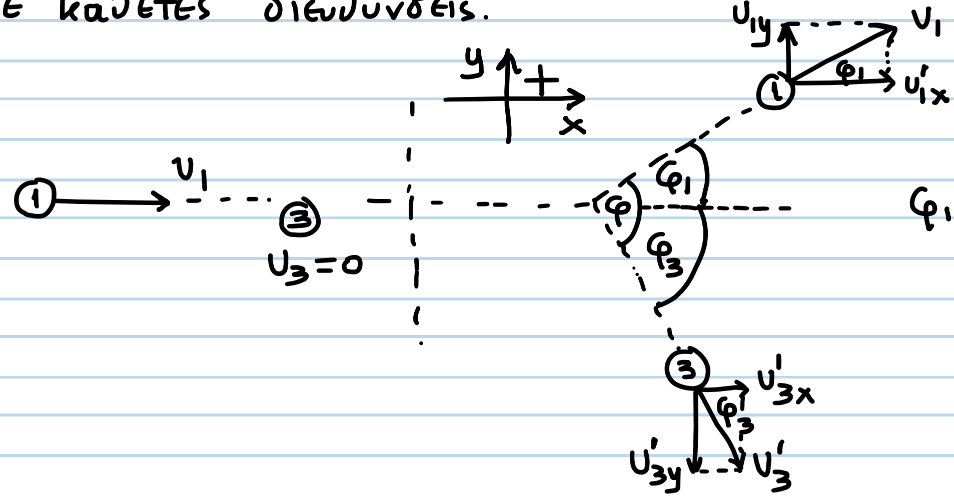
Οπότε $d_{max} = \sqrt{(4A)^2 + (\lambda/2)^2}$

$$d_{max} = \sqrt{6\cdot\lambda^2 + \frac{\lambda^2}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}\lambda^2}$$

$$d_{max} = \frac{5}{2}\lambda = \frac{5}{2}\,\frac{\ell}{3} \Rightarrow \boxed{d_{max} = 5\ell/6}$$ (β)

$\boxed{B3-\gamma}$ Στην κεντρική ελαστική κρούση των Σ_1, Σ_2 ισχύει $\underline{\underline{u_2' = u_1}}$, $u_1' = 0 \Rightarrow$ ανταλλαγή ταχυτήτων αφού $m_1 = m_2$

Στη μη κεντρική ελαστική κρούση αφού τα Σ_1, Σ_3 έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_3$) μετά την κρούση θα κινηθούν σε κάθετες διευθύνσεις.



$\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi$

Απόδειξη

ΑΔΟ: $\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \Rightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_3' \Rightarrow P_1^2 = P_1'^2 + P_3'^2 + 2P_1' \cdot P_3' συνφ$ (1)

ΔΚΕ: $K_{πριν} = K_{μετά} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_3' \Rightarrow \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_3'^2}{2m_3} \Rightarrow P_1^2 = P_1'^2 + P_3'^2$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow 2P_1' P_3' συνφ = 0$, $2P_1' P_3' \neq 0$, $συνφ = 0 \rightarrow φ = 90^\circ$

Άρα $φ = φ_1 + φ_3 = 90^\circ$ με $φ_1 = 37^\circ$, $φ_3 = 53^\circ$

ΑΔΟx: $\vec{P}_{xπριν} = \vec{P}_{xμετά} \Rightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{1x}' + \vec{P}_{2x}'$

$\Rightarrow m_1 υ_1 = m_1 υ_{1x}' + m_3 υ_{3x}' \Rightarrow υ_1 = υ_1' συνφ_1 + υ_3' συνφ_3$

$\Rightarrow υ_1 = \frac{4}{5} υ_1' + \frac{3}{5} υ_3'$ (3)

ΑΔΟy: $\vec{P}_{yπριν} = \vec{P}_{yμετά} \Rightarrow \vec{0} = \vec{P}_{1y}' + \vec{P}_{3y}'$

$\Rightarrow 0 = m_1 υ_{1y}' - m_2 υ_{3y}' \Rightarrow υ_1' \cdot ημφ_1 = υ_3' \cdot ημφ_3 \Rightarrow \frac{3}{5} υ_1' = \frac{4}{5} υ_3'$

$\Rightarrow υ_1' = \frac{4}{3} υ_3'$ (4)

(3) $\overset{(4)}{\Longrightarrow}$ $υ_1 = \frac{4}{5} \frac{4}{3} υ_3' + \frac{3}{5} υ_3' \Rightarrow υ_1 = \frac{25}{15} υ_3' \Rightarrow υ_3' = \frac{3}{5} υ_1$

Οπότε $υ_2' = υ_1$, $υ_3' = \frac{3}{5} υ_1$ Άρα $\boxed{υ_3' = \frac{3}{5} υ_2'}$ (γ)

ΘΕΜΑ Γ

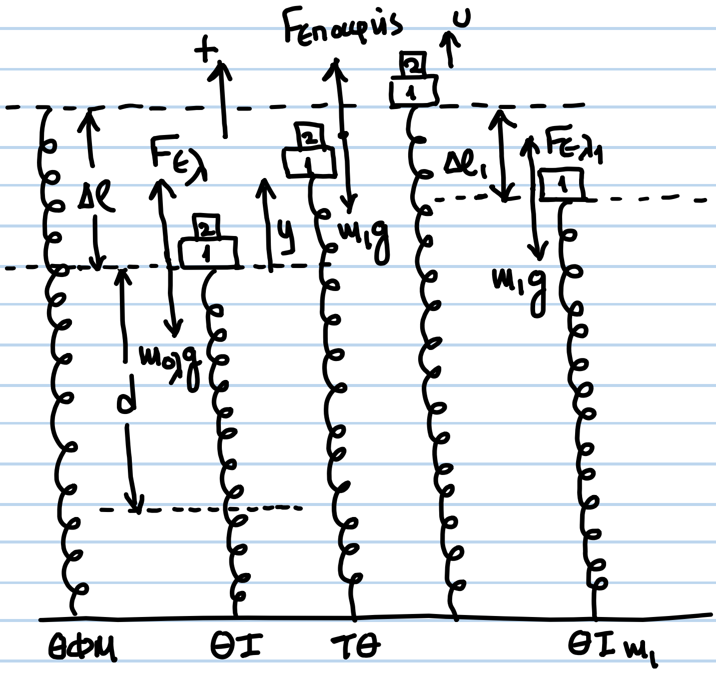
Γ1 Στη ΘΙ του συστήματος

$ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_{ολ} g$

$\Rightarrow kΔl = m_{ολ} g$

$\Rightarrow Δl = \frac{m_{ολ} g}{k} = 0,3 m$

Στην τυχαία θέση (ΤΘ) για το σώμα Σ2 ισχύει:



$\Sigma F_2 = m_2\alpha \Rightarrow F_{επαφής} - m_2 g = -m_2\omega^2 y \Rightarrow F_{επαφής} = m_2 g - m_2\omega^2 y$

όπου $\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu(\omega t+\varphi_0) = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) = -\omega^2 y$

$$D = m_{ολ}\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m_{ολ}} = \frac{k}{m_1+m_2}$$

πλάτος α.α.τ m_1+m_2: $A = d = 0{,}3\sqrt{3}\ m$.

Όταν το m_2 χάνει επαφή $F_{επαφής} = 0 \Rightarrow m_2 g = m_2\omega^2 y$

$$\Rightarrow y = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow y = \frac{(m_1+m_2)g}{k} = \Delta\ell = 0{,}3m$$

Άρα χάνει επαφή στη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ) του ελατηρίου αφού $A = 0{,}3\sqrt{3}\ m > \Delta\ell = 0{,}3m$.

Γ2) Στη ΘΦΜ για το m_1+m_2: $E = K+U$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_{ολ}\upsilon^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{k}{m_{ολ}}(A^2-\Delta\ell^2)$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = \frac{100}{3}\left(\frac{27}{100} - \frac{9}{100}\right)\left(\frac{m}{s}\right)^2 = 6\left(m/s\right)^2 \Rightarrow \boxed{|\upsilon| = \sqrt{6}\ m/s}$$

Γ3) Μετά την απώλεια επαφής το Σ_1 εκτελεί νέα αατ γύρω από τη ΘΙ m_1. Ισχύει $\Sigma F_{1y} = 0 \Rightarrow F_{ελ1} = m_1 g$

$$\Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} = 0{,}2m.$$

Στη ΘΦΜ για m_1: $|\upsilon_1| = |\upsilon| = \sqrt{6}\ m/s$, $y_1 = +\Delta\ell_1 = 0{,}2m$.

$$E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 \Rightarrow A_1^2 = \frac{m_1}{k}\upsilon_1^2 + \Delta\ell_1^2$$

$$\Rightarrow A_1^2 = \left(\frac{2}{100}\cdot 6 + \frac{4}{100}\right)m^2 = \frac{16}{100}m^2 \Rightarrow \boxed{A_1 = 0{,}4m}$$

Γ4) α) Αρχικό πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_1: $A_0 = A_1 = 0{,}4m$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 100T$ ισχύει:

$$A = \frac{A_0}{2} \Rightarrow A_0 e^{-\Lambda t_1} = \frac{A_0}{2} \Rightarrow e^{-\Lambda t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Lambda t_1 = \ln 2$$

$$\Rightarrow \Lambda = \frac{\ln 2}{t_1} = \frac{\ln 2}{100T}$$

Η αρχική ενέργεια του σώματος είναι: $E_0 = \frac{1}{2}kA_0^2 = \frac{1}{2}100\frac{16}{100}J = 8J$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 200T$ το πλάτος είναι:

$A' = A_0 e^{-\Lambda t_2}$ όπου $\Lambda t_2 = \frac{\ln 2}{100T} 200T = 2\ln 2 = \ln 4$

$A' = A_0 e^{-\ln 4} \Rightarrow A' = \frac{A_0}{4} = 0{,}1\,m$

Η ενέργεια του σώματος είναι:

$E' = \frac{1}{2}D'A'^2 = \frac{1}{2}D'\frac{A_0^2}{16} = \frac{E_0}{16} = \frac{8}{16}J \Rightarrow E' = 0{,}5\,J$

Το έργο της δύναμης αντίστασης είναι:

$W_{F'} = E_{τελ} - E_{αρχ} = E' - E_0 = 0{,}5J - 8J \Rightarrow \boxed{W_{F'} = -7{,}5J}$

β) Τη χρονική στιγμή $t_3 = 300T$ το πλάτος είναι:

$A = A_0 e^{-\Lambda t_3}$, $\Lambda t_3 = \frac{\ln 2}{100T} 300T = 3\ln 2 = \ln 2^3 = \ln 8$

$A = A_0 e^{-\ln 8} \Rightarrow A = \frac{A_0}{8} = 0{,}05m \rightarrow$ άνω ακραία $υ = 0$ $F' = -bυ = 0$

Τότε το σώμα βρίσκεται σε θέση πάνω από τη ΘΙ σε

απόσταση από τη ΘΦΜ $\Delta\ell' = \Delta\ell - A = (0{,}2 - 0{,}05)m = 0{,}15m$

Από τον 2ο Νόμο Newton: $\Sigma F = m_1|\alpha| \Rightarrow m_1 g - F_{ελ} = m_1|\alpha|$

$\Rightarrow |\alpha| = \frac{m_1 g - F_{ελ}}{m_1} = \frac{m_1 g - k\Delta\ell'}{m_1} = \frac{20 - 100 \cdot 0{,}15}{2} m/s^2 \Rightarrow \boxed{|\alpha| = 2{,}5 m/s^2}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 Εξίσωση στάσιμου κύματος: $y = 2A\,συν\frac{2\pi x}{\lambda}\,ημ\frac{2\pi t}{T}$

$y = 0{,}4\,συν(5\pi x)\,ημ(5\pi t)$ SI

Ισχύουν: $2A = 0{,}4m \Rightarrow A = 0{,}2m$

$\frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$

$\frac{2\pi}{T} = 5\pi \Rightarrow T = 0{,}4\,sec$

$f = 1/T = 2{,}5Hz$

$\omega = 2\pi/T = 5\pi\,rad/s.$

Θέση σημείου Σ: $x_Σ = x_{Δ_3} - λ/6 = (2κ+1)λ/4 - λ/6$

(κ=2) $\quad x_Σ = \frac{5λ}{4} - \frac{λ}{6} = \frac{13λ}{12} = \frac{13 \cdot 0,4}{12}\, m = \frac{13}{30}\, m$

$A'_Σ = 2A\left|συν\frac{2πx}{λ}\right| = 0,4\left|συν\, 5π \cdot x_Σ\right| = 0,4\left|συν\, 5π\frac{13}{30}\right| m = 0,4\left|συν\frac{13π}{6}\right| m$

$A'_Σ = 0,4\left|συν\left(2π+\frac{π}{6}\right)\right| m = 0,4\left|συν\frac{π}{6}\right| m = 0,4\frac{\sqrt{3}}{2} m \Rightarrow \boxed{A'_Σ = 0,2\sqrt{3}\, m}$

Δ2) Στο σχοινί δημιουργούνται 8 δεσμοί. Για το μήκος του σχοινιού ισχύει: $\ell = \frac{λ}{4} + κ\frac{λ}{2}$ για κ=7

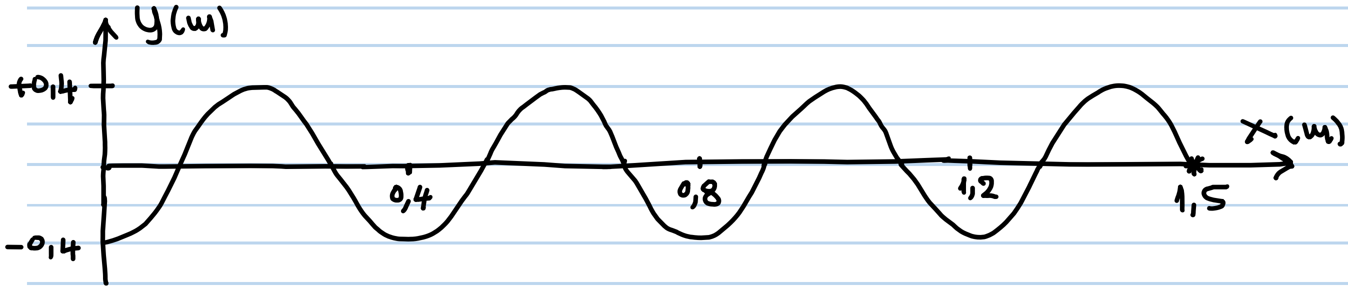
$\ell = \left(\frac{0,4}{4} + 7\frac{0,4}{2}\right) m \Rightarrow \boxed{\ell = 1,5 m}$

Στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t=0,3 sec

$y = 0,4\, συν(5πx) \cdot ημ(5π \cdot 0,3) = 0,4\, συν(5πx)\, \underbrace{ημ\frac{3π}{2}}_{-1}$

$\boxed{y = -0,4\, συν(5πx) \quad S.I.}$

Για x=0 $y = -0,4 m = -2A$. Όλα τα σημεία βρίσκονται στις ακραίες θέσεις. Γνωρίζοντας ότι οι διαδοχικές κοιλίες έχουν διαφορά φάσης π rad το στιγμιότυπο του στάσιμου είναι:

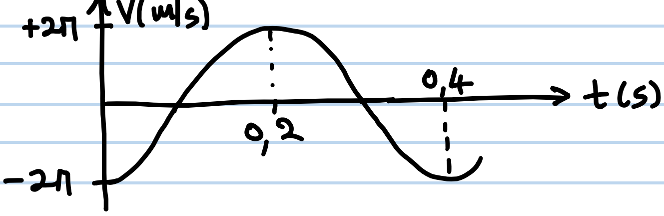


Δ3) Η θέση της πρώτης κοιλίας μετά το ελεύθερο άκρο είναι $x = \frac{λ}{2} = 0,2 m$.

Ισχύει: $V = ω 2A συν\frac{2πx}{λ}\, συν\frac{2πt}{T} = 2π\, συν(5π \cdot 0,2)\, συν(5πt)$

$\Rightarrow V = 2π \cdot συνπ \cdot συν 5πt \Rightarrow \boxed{V = -2π \cdot συν(5πt)\ SI}$

Τη χρονική στιγμή t=0 $V = -2π \cdot συν0 \Rightarrow V = -2π\ m/s$ οπότε η γραφική παράσταση είναι:



Δ4 Πρέπει $\ell = \mu\lambda/2 + \lambda/4 = (2\mu+1)\frac{\lambda}{4} = (2\mu+1)\frac{\upsilon}{4f} \Rightarrow f=(2\mu+1)\frac{\upsilon}{4\ell}$

$\Rightarrow f=(2\mu+1)\frac{1}{6}$. Για $f>2,5Hz \Rightarrow (2\mu+1)\frac{1}{6}>2,5 \Rightarrow \mu>7 \rightarrow \mu=8$

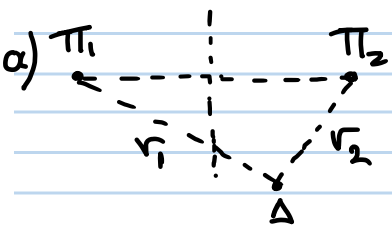
Άρα $f=(2\cdot 8+1)\frac{1}{6}\,Hz \Rightarrow \boxed{f=17/6\,Hz}$

Δ5 Στο στάσιμο για την αρχή Ο $(x=0)$ η εξίσωση απομάκρυνσης είναι: $y=0,4\,\text{συν}0\cdot\text{ημ}(5\pi t) \Rightarrow y=0,4\,\text{ημ}(5\pi t)$ SI

Για τις εξισώσεις απομάκρυνσης των δύο πηγών ισχύει:

$y_{\Pi_1}=y_{\Pi_2}=0,4\cdot\text{ημ}(5\pi t)$ SI $\quad f=2,5Hz,\ T=0,4\,sec.$

Το μήκος κύματος των κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια είναι: $\upsilon=\lambda' f \Rightarrow \lambda'=\frac{\upsilon}{f}=\frac{0,5}{2,5}\,m \Rightarrow \lambda'=0,2m$

α) 

Για το σημείο Δ έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{r_1-r_2}{\lambda'}=\frac{1-0,6}{0,2}=2 \Rightarrow r_1-r_2=2\lambda' \\ r_1-r_2=N\lambda'\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$N=2$ άρα είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής.

β) Για την άφιξη των κυμάτων στο σημείο Δ ισχύει:

Από την πηγή Π_2: $t_{2,\Delta}=\frac{r_2}{\upsilon}=\frac{0,6}{0,5}\,sec \Rightarrow t_{2,\Delta}=1,2\,sec$

Από την πηγή Π_1: $t_{1,\Delta}=\frac{r_1}{\upsilon}=\frac{1}{0,5}\,sec \Rightarrow t_{1,\Delta}=2\,sec=t_{\text{συμβολής}}$

Τη χρονική στιγμή $\underline{t_1=1sec}$ δεν έχει φτάσει κανένα κύμα οπότε: $\boxed{y_\Delta=0}$

Τη χρονική στιγμή $t_2=1,7\,sec$ έχει φτάσει μόνο το κύμα από την πιο κοντινή πηγή Π_2 οπότε:

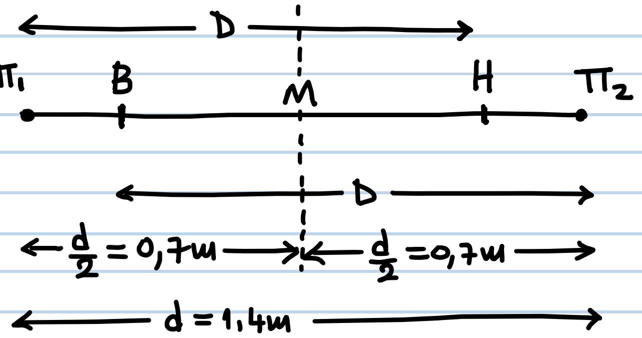
$$y_\Delta=y_2=0,4\,\text{ημ}\left(5\pi t-\frac{2\pi r_2}{\lambda'}\right)=0,4\,\text{ημ}\left(5\pi\cdot 1,7-\frac{2\pi\cdot 0,6}{0,2}\right)m$$

$$y_\Delta=0,4\,\text{ημ}(2,5\pi)=0,4\,\overbrace{\text{ημ}(2\pi+\pi/2)}^{+1} \Rightarrow \boxed{y_\Delta=+0,4m}$$

Δ6 Τη χρονική στιγμή $t = 2,2\,sec$ τα κύματα θα έχουν διαδοθεί στην επιφάνεια του υγρού σε απόσταση

$$D = v \cdot t = 0,5 \cdot 2,2\,m \Rightarrow D = 1,1\,m.$$

Πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ τα κύματα θα έχουν συμβάλλει μεταξύ των σημείων B και H



$\Pi_1 B = d - D = 0,3\,m = r_{1B}$

$\Pi_2 B = D = 1,1\,m = r_{2B}$

$\Pi_1 H = D = 1,1\,m = r_{1H}$

$\Pi_2 H = d - D = 0,3\,m = r_{2H}$

Για το B: $\dfrac{r_{1B} - r_{2B}}{\lambda'} = \dfrac{0,3 - 1,1}{0,2} = -4 \Rightarrow r_{1B} - r_{2B} = -4\lambda$

άρα είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής που ανήκει στην υπερβολή $N = -4$.

Για το H: $\dfrac{r_{1H} - r_{2H}}{\lambda'} = \dfrac{1,1 - 0,3}{0,2} = 4 \Rightarrow r_{1H} - r_{2H} = 4\lambda'$

άρα είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής που ανήκει στην υπερβολή $N = 4$

Μεταξύ των υπερβολών ενισχυτικής συμβολής $N = -4$ και $N = 4$ υπάρχουν 8 υπερβολές αναιρετικής συμβολής που είναι οι: $N' = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Οι υπερβολές αυτές τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ οπότε σε απόσβεση θα είναι $\boxed{8\ \text{σημεία}}$

ή Έστω ακίνητο σημείο πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$.

Ισχύει $x_1 - x_2 = N'\lambda' + \dfrac{\lambda'}{2} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0,2N' + 0,1$ (1) Επίσης $x_1 + x_2 = d = 1,4\,m$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow 2x_1 = 0,2N' + 0,1 + 1,4 \Rightarrow x_1 = 0,1N' + 0,75$

Όμως $\Pi_1 B < x_1 < \Pi_1 H \Rightarrow 0,3 < 0,1N' + 0,75 < 1,1 \Rightarrow -4,5 < N' < 3,5$

Άρα $N' = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \rightarrow \boxed{8\ \text{σημεία}}$