

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3 / 3 / 2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε

$$\theta_1, \theta_2 > 0 \text{ ισχύει : } \log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha}(\theta_1) + \log_{\alpha}(\theta_2) .$$

A2. Τι ονομάζεται πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο A ;

A3. Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις :

α) $f(x) = \sqrt{|x|}$

β) $h(x) = |\ln x|$

γ) $w(x) = \ln \frac{1}{x}$

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η συνάρτηση $f(x) = x^3$ είναι εκθετική.

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha^x, 0 < \alpha \neq 1$ τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $(0,1)$.

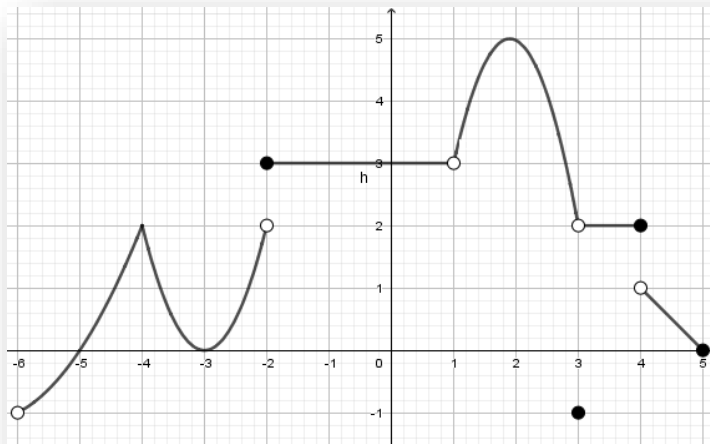
γ) Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης.

δ) Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον $x'x$.

ε) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = -\lambda$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η γραφική παράσταση της f



B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f .

B2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

B3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) < 0$.

B4. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

$$\lim_{x \rightarrow -6} f(x), \lim_{x \rightarrow -2} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow 3} f(x), \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

B5. Να βρείτε το πλήθος ριζών της εξίσωσης $f(x) = 1$.

Μονάδες 4 – 4 – 4 – 10 – 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η πολωνυμική συνάρτηση $f(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 16x - 12$, $x \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν :

- Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -1

- Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1, -24)$

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 4$ και $\beta = -1$

Γ2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{2x^2 + x - 1}$

Γ3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι πάνω από τον x' .

Γ4. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{f(x)}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$

Μονάδες 6 – 5 – 8 – 6

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$ και $g(x) = \ln(e^{x^2} - 1) - 2\ln x$

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(2x) - f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) - \ln 2$, $x \neq 0$

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) + \ln x > g(x) + 2\ln x$.

Δ4. α) Να δείξετε ότι $f(x) = f(-x) + x$ για κάθε $x \neq 0$.

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(2024)$ και $f(-2024)$.

Μονάδες : 6(3-3) – 7 – 6 – 6(4-2)