

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 21 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2021**

**Α' ΜΕΡΟΣ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση έχει όριο στο  $x_0$ , τότε αυτό είναι μοναδικό.

β) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι ορισμένη σε ένα διάστημα της μορφής  $(\alpha, x_0)$ , αλλά δεν ορίζεται σε διάστημα της μορφής  $(x_0, \beta)$  τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$$

γ) Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  έχουν όριο στο  $x_0$  και ισχύει  $f(x) < g(x)$  κοντά στο  $x_0$ , τότε:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \lambda$ , τότε ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$  ή  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\lambda$

ε) Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

(Μονάδες 10)

**A2.** Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

i.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - x + \frac{2}{x-2}}{4 - \frac{2x+2}{x^2}}$

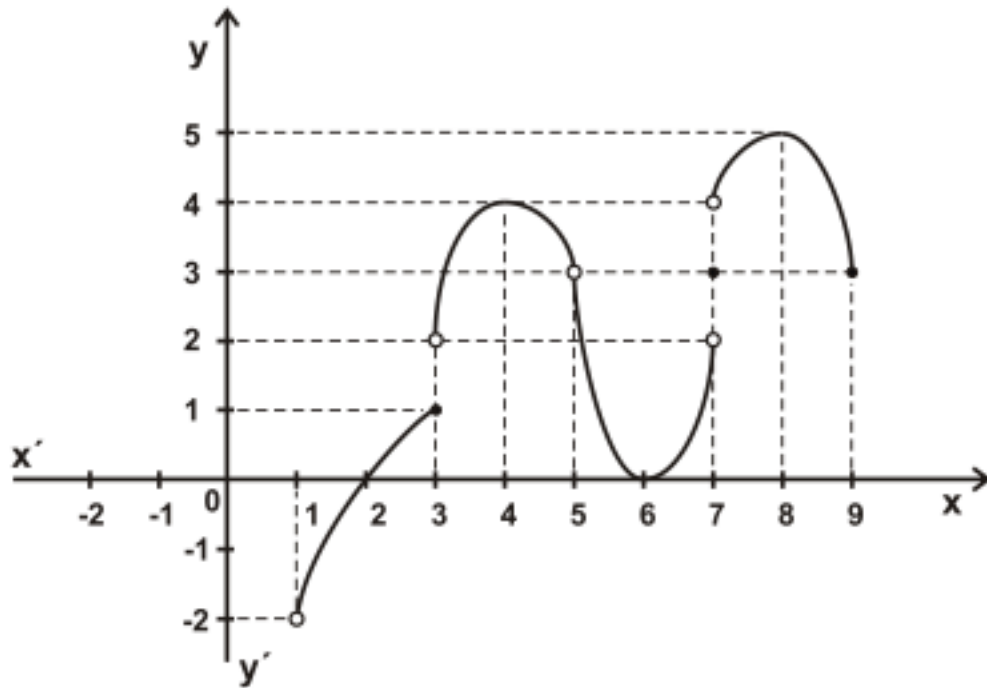
ii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{8x+1} + \sqrt{x^2+3} - 5}{\sqrt{3x-2} - 1}$

iii.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2+5x+5| + x}{|x^3+5x+4| - 2}$

(Μονάδες 15)

## ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .



**B1. A)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ . **(Μονάδες 2)**

**B)** Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

Για τα όρια που δεν υπάρχουν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**i)**  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$     **ii)**  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$     **iii)**  $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$

**iv)**  $\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$     **v)**  $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{f^2(x) + 9}$

**vi)**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)}$     **vii)**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|f(x) \cdot (x-4)|}{xf(x)}$

**viii)**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{f^2(x)+48} - 2f(x)}{f(x)-4}$

**(Μονάδες 16)**

**B2.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-x}, & x < 1 \\ \frac{-x^3+4x^2-3x}{(1-\sqrt{x+3}) \cdot (3x^2-12x+9)}, & 1 < x < 3 \\ \frac{\sqrt{x^2+2} - \sqrt{11}}{x^2-5x+6}, & x > 3 \end{cases}$

Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα παρακάτω όρια:

**α)**  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

**(Μονάδες 4)**

**β)**  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

**(Μονάδες 3)**

## **B' ΜΕΡΟΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ**

### **ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με ένα πολυώνυμο της μορφής  $x - \rho$ , είναι ίσο με  $v = P(\rho)$ .

**(Μονάδες 4)**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $x - \rho$  είναι παράγοντας ενός πολυωνύμου  $P(x)$ , αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ .

**(Μονάδες 4)**

**Γ3.** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Το άθροισμα δύο μη μηδενικών και μη σταθερών πολυωνύμων τα οποία είναι του ίδιου βαθμού, προκύπτει πάντα πολυώνυμο του ίδιου βαθμού.»

**α)** Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα **A**, αν είναι αληθής, ή το γράμμα **Ψ**, αν είναι ψευδής.

**β)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.

**(Μονάδες 1+3 = 4)**

**Γ4.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στην παρακάτω ερώτηση:

Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  είναι  $2^{\text{ο}}$  βαθμού και το πολυώνυμο  $Q(x)$  είναι  $3^{\text{ο}}$  βαθμού, τότε το πολυώνυμο  $P(2P(x) - 3Q(x))$  θα έχει βαθμό:

**α)** 2      **β)** 3      **γ)** 5      **δ)** 6      **ε)** δεν μπορούμε να ξέρουμε

**(Μονάδες 3)**

**Γ5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**1)** Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

**2)** Αν ένα πολυώνυμο είναι μηδενικό, τότε είναι σταθερό.

**3)** Το μηδενικό πολυώνυμο έχει άπειρες ρίζες.

**4)** Αν δυο πολυώνυμα έχουν τον ίδιο βαθμό, τότε είναι ίσα.

**5)** Ο βαθμός του υπολοίπου σε μία διαίρεση πολυωνύμων είναι πάντοτε μικρότερος από το βαθμό του πηλίκου.

**(Μονάδες 10)**

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1. α)** Να κάνετε τη διαίρεση  $(3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x + 9) : (x-1)^2$ . **(Μονάδες 5)**

**β)** Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης. **(Μονάδες 2)**

**γ)** Είναι το  $(x-1)^2$  διαιρέτης του  $3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x + 9$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 2)**

**Δ2.** Δίνεται το παρακάτω πολυώνυμο:

$$P(x) = (\lambda^3 - 5\lambda^2 + 6\lambda)x^4 - \lambda(9 - \lambda^2)x^3 + \lambda(\lambda^3 - 27)x^2 + (\lambda^2 - 3\lambda)x + \lambda$$

Να βρείτε το βαθμό του  $P(x)$  για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**(Μονάδες 9)**

**Δ3.** Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^{2021} + \alpha x^{2020} + \beta x^{1821} + 5$ .

Αν το  $x-1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ , ενώ η διαίρεση του  $P(x)$  με το  $x+1$  αφήνει υπόλοιπο 2, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**(Μονάδες 7)**

**Εν Δυνάμει**

Ο ι δ ι δ ά σ κ ο ν τ ε ς Μ α θ η μ α τ ι κ ώ ν  
σ ά ς ε υ χ ό μ α σ τ ε Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!

Κ α ι κ α λ ή ε π ά ν ο δ ο σ τ ι ς τ ά ξ ε ι ς σ α ς...