

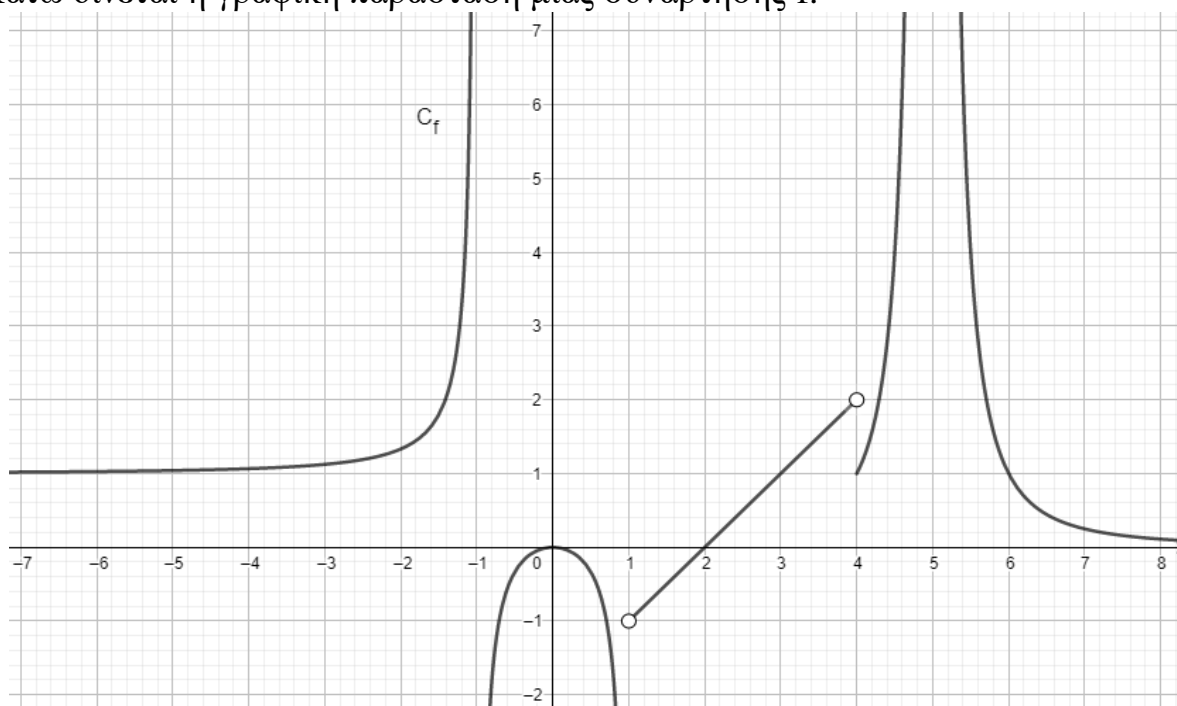
1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά**  
**(Μαθηματικά Προσανατολισμού και Άλγεβρα)**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 25 – 04 – 2021**

**ΜΕΡΟΣ Α' (Μαθηματικά Προσανατολισμού - Όρια)**

**Θέμα Α**

**Α1.** Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης  $f$ .



Να βρείτε τα ακόλουθα όρια (αν υπάρχουν, αλλιώς να εξηγήσετε γιατί δεν υπάρχουν):

- I.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- II.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- III.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$
- IV.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- V.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)}$
- VI.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
- VII.  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$
- VIII.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin x}{f(x)}$
- IX.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ f(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right]$

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



[9μ]

**A2.** Να απαντήσετε με Σ ή Λ αν οι ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες αντίστοιχα.

- I. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ , τότε ισχύει ότι:  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-10}{f(x)}$
- II. Αν  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ , τότε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)}$  δεν υπάρχει.
- III. Αν ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = 0$ , τότε ισχύει ότι:  
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .
- IV. Αν το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  υπάρχει και  $f(x) \leq \frac{\sin x - 1}{x}$  κοντά στο 0, τότε  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \leq 0$ .
- V. Ισχύει η ισοδυναμία  $|\eta\mu x| = |x| \Leftrightarrow x = 0$ .

[10μ]

**A3.** Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια:

- I.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+\eta\mu x}-3}{\sqrt{x+1}-1}$
- II.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 4x \cdot \eta\mu 25x}{(10x)^2}$

[6μ]

## **Θέμα Β**

**B1.** Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια:

- I.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right)$
- II.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-4}{(x-1)^2}$
- III.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{|x+3|-5}{x^2-16}$

[9μ]

**B2.** Να υπολογίσετε για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  το παρακάτω όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\lambda x^2 + \lambda^2 x - 3}{x + \sqrt{x} - x\sqrt{x} - 1}$$

[5μ]

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



**B3.** Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x^3}{x^2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x} + k, & \text{αν } x < 0 \\ \frac{|x^4 - 3x - 2| - 2}{x}, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

- I. Αν το όριο της  $f$  στο 0 υπάρχει, να αποδείξετε ότι  $k = 3$ .
- II. Να βρείτε την τιμή του  $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x) - 2f(-x)]$ .

[11μ=5+6]

### ΜΕΡΟΣ Β' (άλγεβρα)

#### Θέμα Γ

**Γ1.** Να απαντήσετε με Σ ή Λ αν οι ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες αντίστοιχα.

- I. Αν  $a > 1$ , η συνάρτηση  $f(x) = a^x$  είναι γνησίως φθίνουσα.
- II. Αν  $a > 1$ , η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = a^x$  έχει ασύμπτωτη το θετικό ημιάξονα  $Ox$ .
- III. Αν ο ακέραιος αριθμός  $\rho \neq 0$  είναι ρίζα της πολυωνυμικής εξίσωσης  $P(x) = 0$ , τότε είναι διαιρέτης του σταθερού όρου του πολυωνύμου  $P(x)$ .
- IV. Ένα πολυώνυμο βαθμού 5 έχει πάντα τουλάχιστον μία πραγματική ρίζα.
- V. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ , τότε ισχύει η ισοδυναμία για  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .

[10μ]

**Γ2.** Να απαντήσετε με Α ή Ψ αν ο ακόλουθος ισχυρισμός είναι αληθής ή ψευδής αντίστοιχα, αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

“ Αν ένα πολυώνυμο 4<sup>ου</sup> βαθμού παραγοντοποιείται σε πολυώνυμο βαθμού μικρότερου από 4 τότε έχει τουλάχιστον μία πραγματική ρίζα.”

[3μ=1+2]

**Γ3.** Να λύσετε τις ακόλουθες εξισώσεις:

- I.  $2^{x-1} + 2^{x-2} - 2^{x-3} = 10$
- II.  $3 \cdot 2^{4x} - 5 \cdot 4^x = 2$

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



III.  $e^{2x} - (1 + e) \cdot e^x + e = 0$

[12μ]

### Θέμα Δ

Δ1. Να βρείτε το πρόσημο των ακόλουθων παραστάσεων για τις διάφορες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ .

I.  $A = (5^x - 125) \cdot (x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$

II.  $B = (e^{-|x|+1} + 1) \cdot (-x^4 + 2x^2 - 1)$

[10μ]

Δ2. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = 2^\lambda \cdot x^3 + 3x^2 - 18x + 2 \cdot 4^\lambda - 2^{\lambda+1}$$

το οποίο διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 23)$ . Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 1$ .

[5μ]

Δ3. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{1}{4} \cdot 4^x + \frac{1}{6} \cdot 9^x$  και  $g(x) = \frac{5}{2} \cdot 6^{x-1}$ .

I. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων όπου η  $C_f$  βρίσκεται πάνω από τη  $C_g$ .

II. Αν  $\alpha$  η μεγαλύτερη αρνητική ακέραια τετμημένη και  $\beta$  η μικρότερη θετική ακέραια τετμημένη των σημείων του παραπάνω ερωτήματος, να λυθεί η εξίσωση:

$$4^{2x} + 3\alpha \cdot 4^x + \beta = 0$$

[10μ]

*Ευχόμαστε καλή επιτυχία !!*