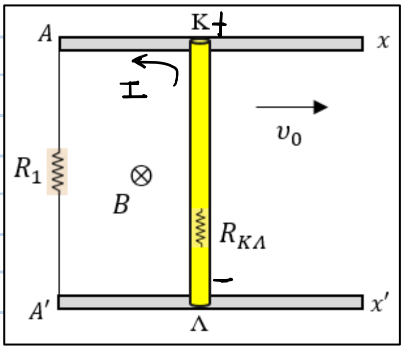
Λύσεις διαγωνίσματος Γ' Λυκείου 30/7/2021

ΘΕΜΑ Α

$A_1 - \beta$ $\quad A_2 - \alpha$ $\quad A_3 - \beta$ $\quad A_4 - \delta$ $\quad A_5$ Σ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β



$\boxed{B_1 - \gamma}$ $\quad \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B v \ell$

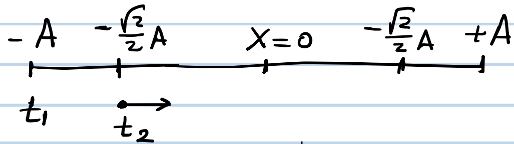
$v = \dfrac{v_0}{3} \rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\dfrac{v_0}{3}\ell \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \dfrac{1}{3}Bv_0\ell$

$I = \dfrac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \dfrac{\frac{1}{3}Bv_0\ell}{3R} \Rightarrow I = \dfrac{1}{9}\dfrac{Bv_0\ell}{R}$

$V_{R_1} = I R_1 = \dfrac{1}{9}\dfrac{Bv_0\ell}{R}\cdot 2R \Rightarrow \boxed{V_{R_1} = \dfrac{2}{9}Bv_0\ell = V_{K\Lambda}}$

$\boxed{B_2 \mid I - \alpha}$ $\quad K = U \rightarrow E = K + U = 2U \Rightarrow U = \dfrac{1}{2}E \Rightarrow \dfrac{1}{2}Dx^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{2}DA^2$

$\Rightarrow x^2 = \dfrac{A^2}{2} \Rightarrow x = \pm\dfrac{A}{\sqrt{2}} = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}A$



t_1 : $\Sigma F = +DA \rightarrow t_1 \rightarrow x = -A$

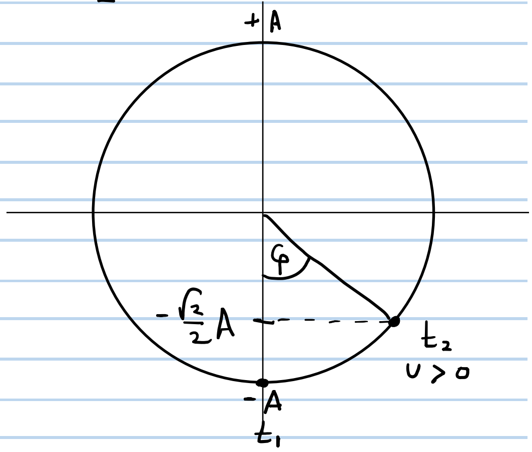
1η φορά για $t_2 > t_1$

$x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}A$, $v > 0$

$\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{\sqrt{2}/2\,A}{A} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = \pi/4$

$\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{2\pi}{T}(t_2 - t_1)$

$\Rightarrow t_2 - t_1 = T/8 \Rightarrow \boxed{t_2 = t_1 + T/8}$



$\boxed{B_2 \mid II - \gamma}$ $\quad W_{\Sigma F} = \Delta K = -\Delta U$

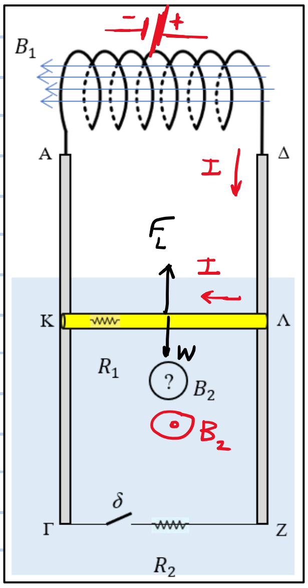
$W_{\Sigma F} = U_{(t_1)} - U_{(t_2)} = \dfrac{1}{2}Dx_1^2 - \dfrac{1}{2}Dx_2^2 = \dfrac{1}{2}D(-A)^2 - \dfrac{1}{2}D\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}A\right)^2$

$\Rightarrow W_{\Sigma F} = \dfrac{1}{2}DA^2 - \dfrac{1}{4}DA^2 = \dfrac{1}{4}DA^2 = \dfrac{1}{4}m\omega^2A^2 = \dfrac{1}{4}m\dfrac{4\pi^2}{T^2}A^2$

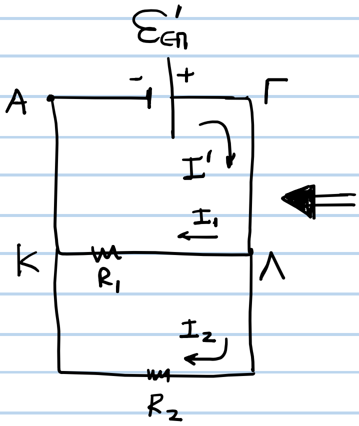
$\Rightarrow W_{\Sigma F} = \dfrac{\pi^2 m A^2}{T^2}$

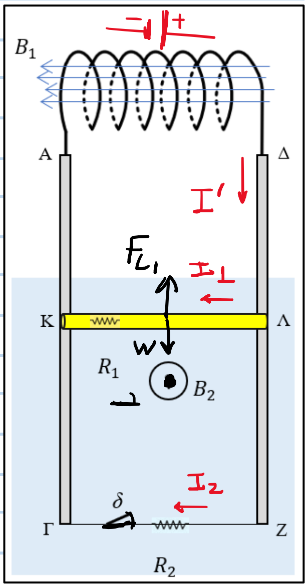
B3 | I - β

Το σωληνοειδές εμφανίζει ΗΕΔ $\mathcal{E}_{επ}$ τέτοια ώστε το επαγωγικό ρεύμα που δημιουργεί να εμφανίζει δύναμη Laplace αντίθετη του βάρους για να ισορροπεί ο αγωγός.
Άρα σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού το ΟΜΠ έχει φορά προς τον αναγνώστη ($\odot \vec{B}_2$)



B3 | II - γ





Αρχική ισορροπία δ-ανοικτός

$$\mathcal{E}_{επ} = N\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = N\frac{\Delta B_1}{\Delta t}\cdot A = \lambda\cdot N\cdot A$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{\lambda\cdot N\cdot A}{2R}$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = W \quad (1)$$

Τελική ισορροπία δ-κλειστός

$$\mathcal{E}'_{επ} = N\frac{\Delta\Phi'_1}{\Delta t} = N\frac{\Delta B'_1}{\Delta t}\cdot A$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}'_{επ}}{R'_{ολ}} \quad \text{όπου} \quad R'_{ολ} = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2} + R_Σ = \frac{R}{2} + R \Rightarrow R'_{ολ} = \frac{3}{2}R$$

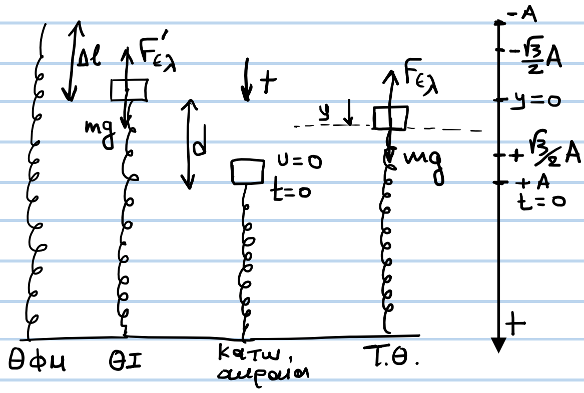
$$I' = \frac{\mathcal{E}'_{επ}}{\frac{3}{2}R} = \frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}'_{επ}}{R} \quad \text{και} \quad V_{R_1} = V_{R_2} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$I' = I_1 + I_2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{I'}{2} = \frac{1}{3}\frac{\mathcal{E}'_{επ}}{R}$$

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow F_{L_1} = W \overset{(1)}{\Rightarrow} F_{L_1} = F_L \Rightarrow B I_1 \ell = B I \ell$$

$$I_1 = I \Rightarrow \frac{1}{3}\frac{\mathcal{E}'_{επ}}{R} = \lambda\frac{N\cdot A}{2R} \Rightarrow \frac{2}{3}\frac{N\cdot A}{R}\frac{\Delta B'_1}{\Delta t} = \lambda\frac{NA}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta B'_1}{\Delta t} = \frac{3}{2}\lambda}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1 ΘΙ: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = mg \Rightarrow k\cdot\Delta l = mg$

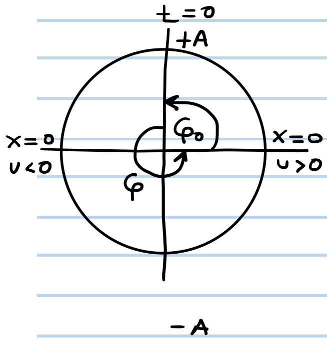
$\Rightarrow \Delta l = \dfrac{mg}{k} \Rightarrow \Delta l = 0{,}4m = d$

Τ.Θ. $\Sigma F = mg - F_{ελ} = mg - k(\Delta l + y)$

$\Rightarrow \Sigma F = \underbrace{mg - k\Delta l}_{0 \text{ από ΘΙ}} - ky \Rightarrow \Sigma F = -ky$ ⇝ $\Sigma F = -Dy$ } $D = k$

Γ2 $A = d = 0{,}4m \rightarrow$ Αρχική απομάκρυνση από ΘΙ, $υ = 0$ και το σώμα εκτελεί ΑΑΤ

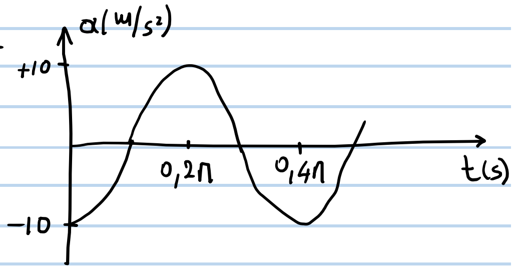
$t=0$ $y = +A \longrightarrow φ_0 = π/2$ rad, $D = k = mω^2 \Rightarrow ω = \sqrt{k/m} = 5$ rad/s $\rightarrow T = \dfrac{2π}{ω} = 0{,}4π$ sec



$α_{max} = ω^2 A = 25\cdot 0{,}4 = 10\ m/s^2$

$α = -α_{max}\,ημ(ωt + φ_0) \Rightarrow$

$\boxed{α = -10\,ημ(5t + π/2)\ SI}$



Γ3 2η φορά από ΘΙ → άρα $t = ;$ $x = 0,\ υ > 0$

Στον κύκλο διαγράφει γωνία $φ = 3π/2$ rad

Άρα $φ = ωt \Rightarrow \dfrac{3π}{2} = 5t \Rightarrow \boxed{t = \dfrac{3π}{10} sec = 0{,}3π\ sec}$

Γ4 $α = +\dfrac{α_{max}}{2} \Rightarrow -ω^2 y = +\dfrac{ω^2 A}{2} \Rightarrow y = -A/2$

Άρα $υ = ;$ όταν $y = -A/2$ για 1η. Το σώμα ανεβαίνει και κινείται προς τα αρνητικά άρα $υ < 0$.

ΑΔΕΤ: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow υ = \pm ω\sqrt{A^2 - y^2}$

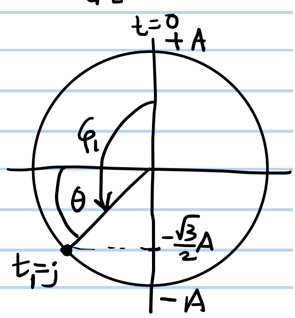
όμως $υ < 0 \longrightarrow υ = -ω\sqrt{A^2 - A^2/4} \Rightarrow υ = -\frac{\sqrt{3}}{2}ωA = -\frac{\sqrt{3}}{2}5\cdot 0{,}4 \Rightarrow \boxed{υ = -\sqrt{3}\ m/s}$

Γ5 $\dfrac{dU}{dt} = +20\ J/s > 0$ το σώμα ανεβαίνει $\rightarrow \dfrac{dU}{dt} = -\dfrac{dW_{mg}}{dt} = -\dfrac{-mg|dy|}{dt} = +mg|υ|$

$\dfrac{dU}{dt} = +mg|υ| \Rightarrow 20 = 20|υ| \Rightarrow |υ| = 1m/s$, ΑΔΕΤ: $E = K + U \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mυ_{max}^2 = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow y = \pm\frac{1}{ω}\sqrt{υ_{max}^2 - υ^2} \Rightarrow y = \pm 0{,}2\sqrt{3}m = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}A$

2η φορά $\dfrac{dU}{dt} = +20\ J/s$ σε θέση $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ με $υ < 0$

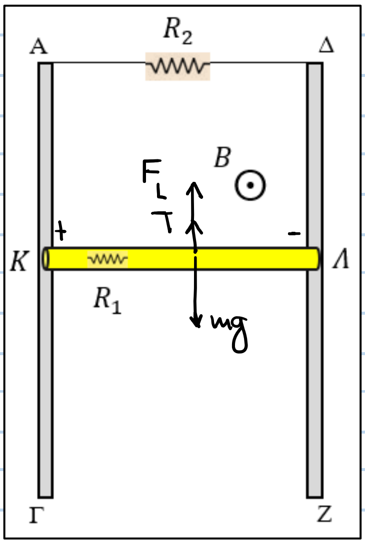


διαγράφει $φ_1 = π/2 + θ$, $ημθ = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}A}{A} = \sqrt{3}/2 \rightarrow θ = π/3$

$\Rightarrow ωt_1 = π/2 + π/3 \Rightarrow 5t = 5π/6 \Rightarrow \boxed{t = π/6\ sec}$

ΘΕΜΑ Δ

$m = 1kg$, $\ell = 1m$, $R_1 = 0{,}1\,\Omega$, $R_2 = 0{,}4\,\Omega$, $B = 1T$, $T = 2N$



Δ1 Λόγω του βάρους ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω. Επειδή κινείται μέσα στο ΟΜΠ θα εμφανιστεί $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B\,ds}{dt} = \frac{B\,dy\cdot\ell}{dt} = B\upsilon\ell$.

Η ταχύτητα του αγωγού αυξάνεται οπότε αυξάνονται η ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$, το επαγωγικό ρεύμα $I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}$ και η δύναμη Laplace $F_L = BI\ell$. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός $\Sigma F = mg - T - F_L$ μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί οπότε και αποκτά οριακή ταχύτητα $\upsilon_{o\rho}$. Από τον 2ο Νόμο Newton $\Sigma F = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\Sigma F}{m}$ η επιτάχυνση του αγωγού μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη μη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται. Έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow mg - T = F_L \Rightarrow mg - T = BI\ell \Rightarrow$

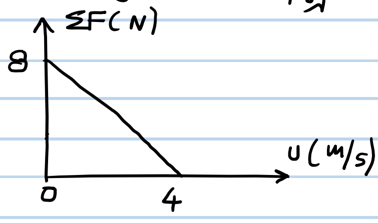
$$mg - T = B\frac{B\upsilon_{o\rho}\ell}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow (mg-T)R_{o\lambda} = B^2\ell^2\upsilon_{o\rho} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{(mg-T)R_{o\lambda}}{B^2\ell^2} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 4\,m/s}$$

Δ2 $\upsilon = \frac{\upsilon_{o\rho}}{2} = 2\,m/s \rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell = 2\,Volt \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{2}{0{,}5} \Rightarrow I = 4A$

$$\frac{dW_{\eta\lambda\varepsilon\kappa}}{dt} = P_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi}\cdot I = 2\cdot 4\,J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dW_{\eta\lambda\varepsilon\kappa}}{dt} = 8\,J/s}$$

Δ3 $\Sigma F = f(\upsilon) \longrightarrow \Sigma F = mg - T - F_L = mg - T - BI\ell = mg - T - B\frac{B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}}\ell$

$$\Rightarrow \Sigma F = mg - T - \frac{B^2\ell^2}{R_{o\lambda}}\cdot\upsilon \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 8 - 2\upsilon,\ SI}$$



Δ4 $\frac{dQ_T}{dt} = 2\cdot\frac{dQ_{R_1}}{dt}$

$$\Rightarrow \left|\frac{dW_T}{dt}\right| = 2P_{R_1} \Rightarrow T\cdot\upsilon = 2I^2R_1 \Rightarrow T\cdot\upsilon = 2\frac{B^2\upsilon^2\ell^2}{R_{o\lambda}^2}R_1$$

$$\Rightarrow \upsilon = \frac{T\cdot R_{o\lambda}^2}{2B^2\ell^2\cdot R_1} = \frac{2\cdot 0{,}5^2}{2\cdot 0{,}1} \Rightarrow \upsilon = 2{,}5\,m/s.$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}} = \frac{2{,}5}{0{,}5} = 5A \longrightarrow F_L = BI\ell = 5N$$

Ισχύει : $E_{μηχ} = K + U \longrightarrow \frac{dE_{μηχ}}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt}$

όπου $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ΣF}}{dt} = ΣF \cdot υ = (mg - T - F_L)υ = (10 - 2 - 5) \cdot 2,5 \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 7,5\ J/s$

$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{mg}}{dt} = -\frac{+mg\,dy}{dt} = -mgυ = -10 \cdot 2,5 \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -25\ J/s.$

άρα $\frac{dE_{μηχ}}{dt} = +7,5\ J/s - 25\ J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dE_{μηχ}}{dt} = -17,5\ J/s}$

Δ5) Οι αντιστάτες R_1, R_2 διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα στον ίδιο χρόνο οπότε ισχύει $\frac{Q_{R_1}}{Q_{R_2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow Q_{R_1} = \frac{Q_{R_2}}{4}$

και $Q_{R_{ολ}} = Q_{R_1} + Q_{R_2} = \frac{5}{4} Q_{R_2} = \frac{5}{4} \cdot 44,8\ J \Rightarrow Q_{R_{ολ}} = 56\ J$

Απο ΑΔΕ: $W_{mg} = K_{τελ} + |W_T| + Q_{R_{ολ}}$

$\Rightarrow mg \cdot Δy = \frac{1}{2} m υ_{ορ}^2 + T \cdot Δy + Q_{R_{ολ}} \Rightarrow 10\,Δy - 2 \cdot Δy = 8 + 56$

$\Rightarrow 8 \cdot Δy = 64 \Rightarrow Δy = 8\ m$

Από νόμο Neumann: $Δq = \frac{ΔΦ}{R_{ολ}} = \frac{B\,\ell \cdot Δy}{R_{ολ}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 8}{0,5} C \Rightarrow \boxed{Δq = 16\ C}$