Θέμα Α

Α1 – γ , Α2 – β , Α3 – δ , Α4 – γ , Α5 α – Λ, β – Λ , γ – Λ , δ – Σ , ε – Σ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Ισχύουν $p_{max} = V \cdot I$ και $Q = V_{εν} I_{εν} t = \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} t = \frac{V\,I}{2} t = \frac{p_{max}}{2} 2T \Rightarrow Q = p_{max} T$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Επειδή η παροχή είναι σταθερή τόσο το έμβολο όσο και το υγρό που εξέρχεται στον ατμοσφαιρικό αέρα έχουν σταθερή ταχύτητα. Από την εξίσωση συνέχειας έχουμε:

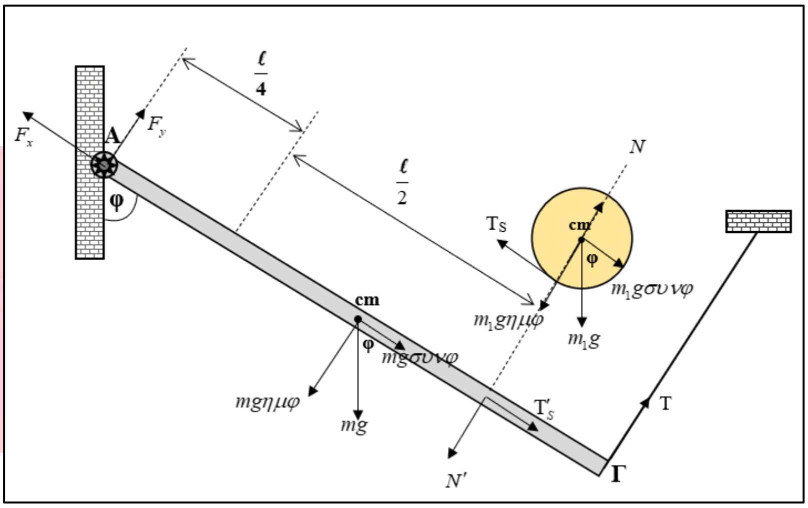
$$A_1 υ_1 = A_2 υ_2 \Rightarrow 5A_2 υ_1 = A_2 υ_2 \Rightarrow υ_1 = \frac{υ_2}{5}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από ένα σημείο στο έμβολο, στην έξοδο του υγρού από τη σύριγγα έχουμε:

$$p_{εμβ} + \frac{1}{2}ρυ_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}ρυ_2^2 \Rightarrow p_{atm} + \frac{F}{A_1} + \frac{1}{2}ρυ_1^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}ρυ_2^2 \Rightarrow$$

$$\frac{F}{5A} + \frac{1}{2}ρ\frac{υ_2^2}{25} = \frac{1}{2}ρυ_2^2 \Rightarrow \frac{F}{5A} = \frac{1}{2}ρυ_2^2 - \frac{1}{2}ρ\frac{υ_2^2}{25} \Rightarrow \frac{F}{5A} = \frac{24}{25}\frac{1}{2}ρυ_2^2 \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{12}{5}ρυ_2^2 \Rightarrow υ_2 = \sqrt{\frac{5F}{12ρA}}$$

Β3. Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).



Στον δίσκο ασκείται το βάρος του, η κάθετη δύναμη από τη δοκό και η στατική τριβή. Στη δοκό ασκείται το βάρος της, η τάση του νήματος, η κάθετη δύναμη από τον δίσκο, η αντίδραση της στατικής τριβής από τον δίσκο και η δύναμη της άρθρωσης.

Για τον δίσκο ισχύει:

$ΣF_y = 0 \Rightarrow N = m_1 gημφ$

Για την ισορροπία της δοκού ισχύει:

$$Στ_Α = 0 \Rightarrow τ_Τ - τ_{N'} - τ_{mgημφ} = 0 \Rightarrow$$

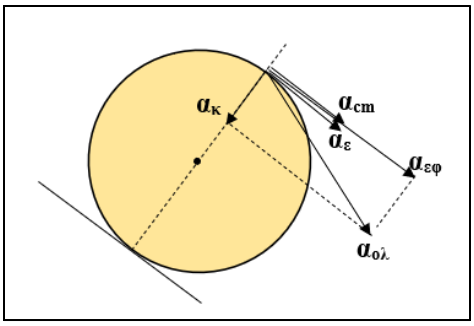
$$T \cdot \ell - N'\frac{3\ell}{4} - mgημφ\frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow$$

όπου $N' = N = m_1 gημφ$ δράση – αντίδραση και $T = T_{θραύσης}$

$$T_{θραύσης} - m_1 gημφ\frac{3}{4} - mgημφ\frac{1}{2} = 0 \text{ με } m_1 = m$$

$$\Rightarrow T_{θραύσης} = mgημφ\frac{3}{4} - mgημφ\frac{1}{2} = \frac{5}{4}mgημφ = \frac{5}{4}mg \cdot 0{,}8 \Rightarrow T_{θραύσης} = mg$$

Β. Σωστή απάντηση είναι η (α).



Για δίσκο: ΘΝΜ $ΣF_{1x} = m_1 α_{cm} \Rightarrow m_1 gσυνφ - T_S = m_1 α_{cm}$

ΘΝΣ $Στ = I_{cm} α_{γων} \Rightarrow T_S R = \frac{1}{2} m_1 R^2 α_{γων} \Rightarrow T_S = \frac{1}{2} m_1 α_{cm}$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε: $m_1 gσυνφ = \frac{3}{2} m_1 α_{cm} \Rightarrow$

$$α_{cm} = \frac{2}{3} gσυνφ \Rightarrow α_{cm} = 0{,}4g$$

Ισχύει: $\vec{α}_{εφ} = \vec{α}_{cm} + \vec{α}_ε \Rightarrow α_{εφ} = α_{cm} + α_ε \Rightarrow α_{εφ} = 2α_{cm}$

στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύουν $υ_{γρ} = υ_{cm} = Rω \xrightarrow{d/dt} α_ε = α_{cm} = Rα_{γων}$

Από τις εξισώσεις κίνησης του δίσκου προκύπτει:

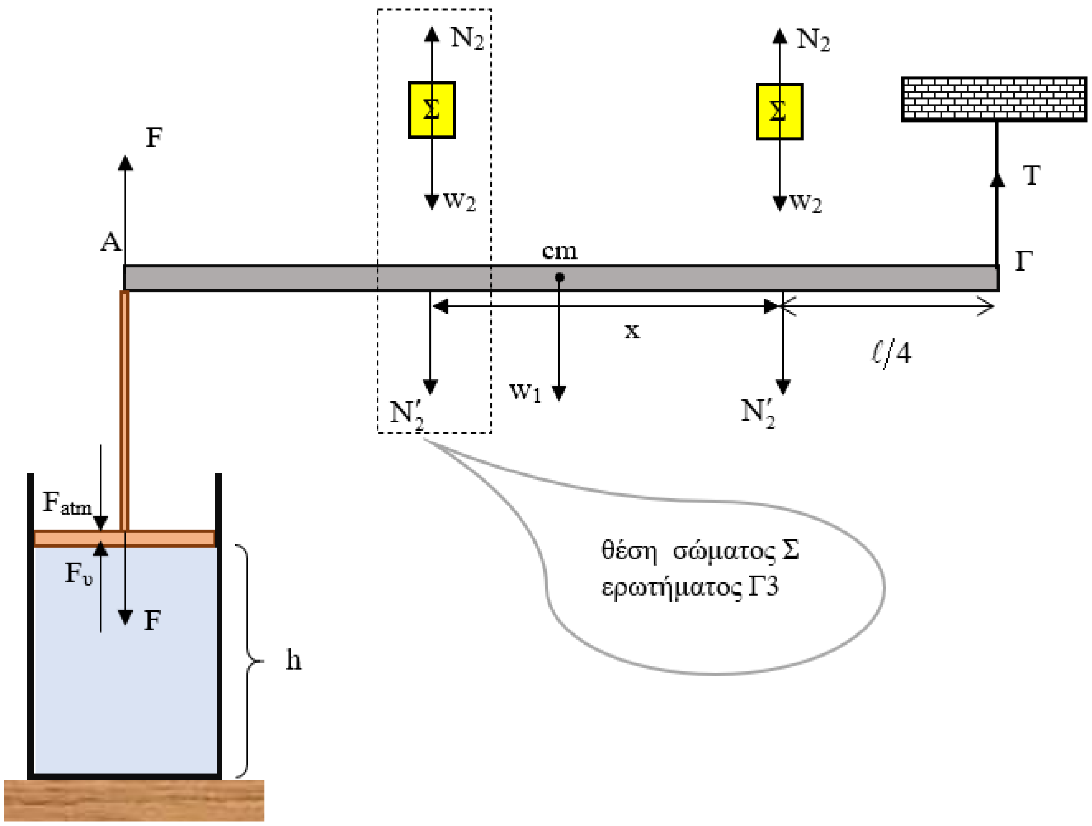
$$\left.\begin{array}{l} \upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t \\ x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow x_{cm} = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Rightarrow \frac{\ell}{2} = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Rightarrow \upsilon_{cm}^2 = \ell\alpha_{cm} = 6R\alpha_{cm}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου της περιφέρειας του δίσκου που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από τη δοκό θα υπολογιστεί ως εξής:

$$\vec{\alpha}_{ολ} = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{ε} + \vec{\alpha}_{κ} = \vec{\alpha}_{εφ} + \vec{\alpha}_{κ} \Rightarrow \alpha_{ολ} = \sqrt{\alpha_{εφ}^2 + \alpha_{κ}^2} \text{ όπου } \alpha_{κ} = \frac{\upsilon_{γρ}^2}{R} = \frac{\upsilon_{cm}^2}{R} = \frac{6R\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{κ} = 6\alpha_{cm}$$

Οπότε $\alpha_{ολ} = \sqrt{(2\alpha_{cm})^2 + (6\alpha_{cm})^2} = \sqrt{40\alpha_{cm}^2} = \sqrt{40(0{,}4g)^2} = \sqrt{6{,}4g^2} \Rightarrow \alpha_{ολ} = \sqrt{6{,}4}g$

Θέμα Γ



Γ1. Στο σώμα Σ ασκούνται το βάρος του $\vec{w}_2$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}_2$ από τη δοκό. Στη δοκό ασκούνται το βάρος της $\vec{w}_1$, η τάση του νήματος $\vec{T}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}_2'$ από το σώμα Σ (αντίδραση της δύναμης $\vec{N}_2$) και η κάθετη δύναμη $\vec{F}$ από την αβαρή προέκταση. Στο έμβολο ασκούνται η δύναμη από τον ατμοσφαιρικό αέρα $\vec{F}_{atm}$, η κάθετη δύναμη $\vec{F}$ από την αβαρή προέκταση και η δύναμη $\vec{F}_{\upsilon}$ από το νερό.

Το σώμα ισορροπεί άρα $\Sigma\vec{F}_{2y} = \vec{0} \Rightarrow w_2 = N_2$. Κατά μέτρο $N_2' = N_2 = w_2 = 40N$

Η δοκός ισορροπεί οριζόντια οπότε ισχύουν: $\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow T + F = w_1 + N_2' \ (1)$

$$\Sigma\tau_{(Γ)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_{N_2'} - \tau_F = 0 \Rightarrow F\cdot\ell = w_1\frac{\ell}{2} + N_2'\frac{\ell}{4} \Rightarrow F = w_1\frac{1}{2} + N_2'\frac{1}{4} \Rightarrow F = 50N$$

Από $(1) \Rightarrow T = w_1 + N_2' - F \Rightarrow T = 70N$

Γ2. Το έμβολο ισορροπεί, άρα $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\mu\beta} = \vec{0} \Rightarrow F_{\upsilon} = F_{atm} + F \Rightarrow p_{\varepsilon\mu\beta}A = p_{atm}A + F \Rightarrow$

$p_{\varepsilon\mu\beta} = p_{atm} + \dfrac{F}{A} \Rightarrow p_{\varepsilon\mu\beta} = 12\cdot10^4\,\dfrac{N}{m^2} = 1{,}2\cdot10^5\,\dfrac{N}{m^2}$

Η πίεση στον πυθμένα είναι: $p_{\pi\upsilon\theta} = p_{\varepsilon\mu\beta} + \rho g h \Rightarrow p_{\pi\upsilon\theta} = 13\cdot10^4\,\dfrac{N}{m^2} = 1{,}3\cdot10^5\,\dfrac{N}{m^2}$

Γ3. Καθώς το σώμα κινείται προς το άκρο Α της δοκού μεταβάλλονται τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη δοκό από το νήμα και από την αβαρή προέκταση, οπότε μεταβάλλεται και το μέτρο της δύναμης του υγρού στο έμβολο, άρα και η πίεση στο έμβολο. Η δοκός ισορροπεί οριζόντια οπότε ισχύουν: $\Sigma\tau'_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \tau_{w_1} + \tau_{N'_2} - \tau_{F'} = 0 \Rightarrow F'\cdot\ell = w_1\dfrac{\ell}{2} + N'_2\left(\dfrac{\ell}{4} + x\right) \Rightarrow$

$F' = 50 + 5x$ $S.I.$ με $0 \le x \le 6m$

Για την πίεση στο έμβολο ισχύει επίσης: $p'_{\varepsilon\mu\beta} = p_{atm} + \dfrac{F'}{A}\,(2)$

Οπότε και για την πίεση στον πυθμένα και τη δύναμη που δέχεται ισχύει: $p'_{\pi\upsilon\theta} = p'_{\varepsilon\mu\beta} + \rho g h \Rightarrow \dfrac{F_{\pi\upsilon\theta}}{A} = p'_{\varepsilon\mu\beta} + \rho g h \Rightarrow$

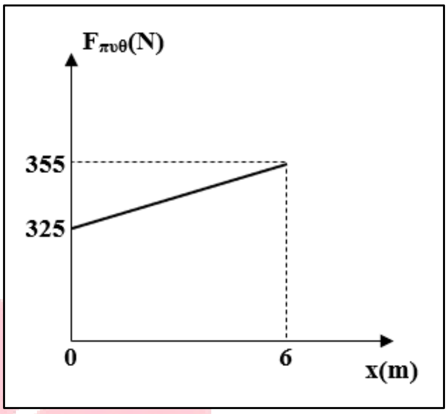
$F_{\pi\upsilon\theta} = p'_{\varepsilon\mu\beta}\cdot A + \rho g h\cdot A \xrightarrow{(2)}$

$F_{\pi\upsilon\theta} = \left(p_{atm} + \dfrac{F'}{A}\right)\cdot A + \rho g h\cdot A \Rightarrow$

$F_{\pi\upsilon\theta} = p_{atm}\cdot A + F' + \rho g h\cdot A \Rightarrow$

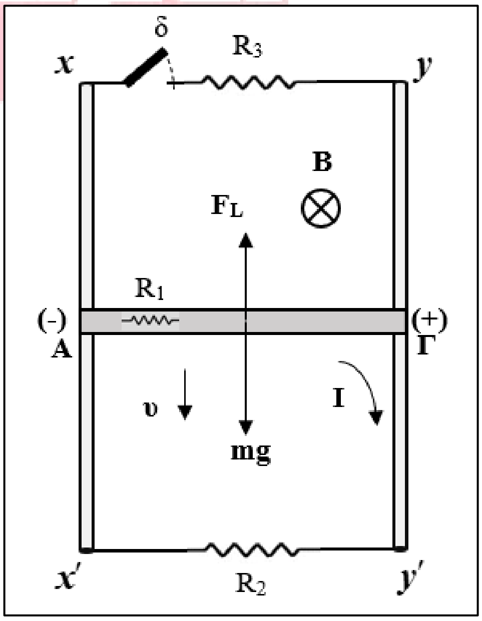
$F_{\pi\upsilon\theta} = p_{atm}\cdot A + F' + \rho g h\cdot A \Rightarrow$

$F_{\pi\upsilon\theta} = 325 + 5x$ $S.I.$ με $0 \le x \le 6m$



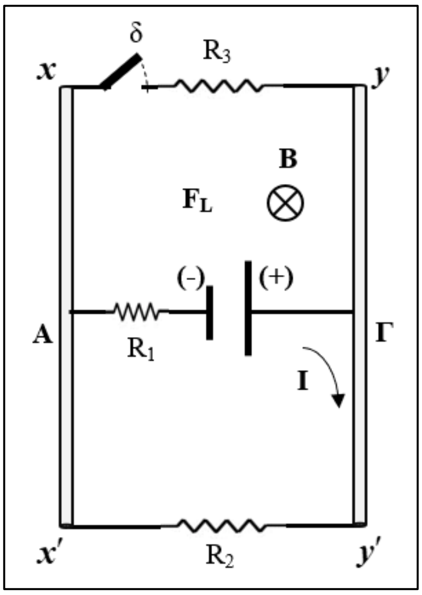
Θέμα Δ

Δ1. Ο αγωγός λόγω του βάρους του θα αρχίσει να κινείται προς τα κάτω. Καθώς κινείται μεταβάλλεται η μαγνητική ροή από το εμβαδόν που ορίζουν ο αγωγός, η αντίσταση R_2 και οι κατακόρυφοι οδηγοί, οπότε θα εμφανιστεί στα άκρα του ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|B\cdot\Delta S|}{\Delta t} = \dfrac{|B\cdot\Delta y\cdot\ell|}{\Delta t} = B\upsilon\ell$ η πολικότητα της οποίας (σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz) φαίνεται στο σχήμα. Λόγω της ΗΕΔ $E_{\varepsilon\pi}$ η διάταξη θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα I οπότε ο αγωγός αφού βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο θα δέχεται δύναμη Laplace αντίρροπη του βάρους του. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο αγωγός συνεχώς μειώνεται μέχρι μηδενισμού της οπότε και αποκτά οριακή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{o\rho}$. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο το μέτρο της δύναμης του βάρους είναι μεγαλύτερο το μέτρο της δύναμης Laplace $(mg > F_L)$ ο αγωγός επιταχύνεται οπότε η ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ αυξάνεται, το επαγωγικό ρεύμα $I = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}$ αυξάνεται, το μέτρο της δύναμης Laplace $F_L = BI\ell$ αυξάνεται άρα η συνισταμένη δύναμη $\Sigma F = mg - F_L$ μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = F_L \Rightarrow mg = BI\ell \Rightarrow mg = B\dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow mg = B\dfrac{B\upsilon_{o\rho}\ell}{R_1 + R_2}\ell \Rightarrow$



$$mg=\frac{B^2\ell^2}{R_1+R_2}\upsilon_{op}\Rightarrow \upsilon_{op}=\frac{mg\cdot(R_1+R_2)}{B^2\ell^2}\Rightarrow \upsilon_{op}=10\frac{m}{s}$$

Δ2. α) Όταν ο αγωγός έχει αποκτήσεις την οριακή ταχύτητα το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τη διάταξη είναι:



$$I=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\frac{B\upsilon_{op}\ell}{R_1+R_2}\Rightarrow I=4A$$

Η διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$ στα άκρα του αγωγού είναι:

$$V_{A\Gamma}=-I\,R_2\Rightarrow V_{A\Gamma}=-12V$$

ή $V_{A\Gamma}=-E_{\varepsilon\pi}+I\,R_1=-B\upsilon_{op}\ell+I\,R_1\Rightarrow V_{A\Gamma}=-12V$

β) Ο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας το αγωγού είναι:

$$\frac{dK}{dt}=\Sigma F\cdot\upsilon_{op}\Rightarrow\frac{dK}{dt}=0$$ αφού όταν έχει οριακή ταχύτητα $\Sigma F=0$

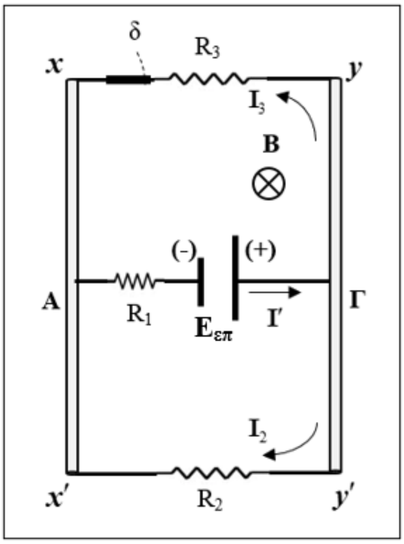
γ) Ο ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dU}{dt}=-\frac{dW_{mg}}{dt}=-\frac{mg\cdot dy}{dt}=-mg\cdot\upsilon_{op}\Rightarrow\frac{dU}{dt}=-80\frac{J}{s}$$

Δ3. Το έργο της δύναμης Laplace να υπολογιστεί από το Θεώρημα Έργου Ενέργειας (ΘΜΚΕ):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{mg}+W_{F_L}\Rightarrow\frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2-0=mg\,h+W_{F_L}\Rightarrow W_{F_L}=-40J$$

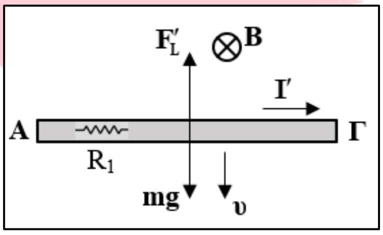
Δ4. Μόλις κλείσει ο διακόπτης και συνδεθεί στη διάταξη η αντίσταση R_3 θα αλλάξει το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό. Οι αντιστάσεις R_2, R_3 είναι σε παράλληλη σύνδεση οπότε ισχύει:



$$\frac{1}{R_{2,3}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow R_{2,3}=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\Rightarrow R_{2,3}=2\Omega$$

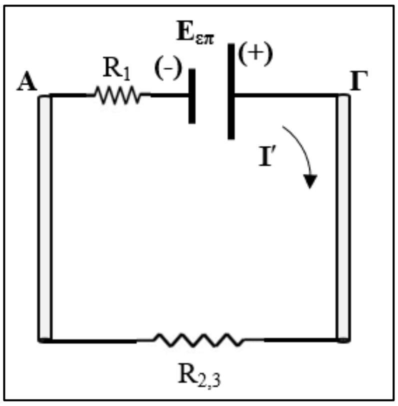
Η συνολική αντίσταση της διάταξης είναι $R'_{o\lambda}=R_1+R_{2,3}=4\Omega$.

Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τη διάταξη και τον αγωγό μόλις κλείσει ο διακόπτης είναι:



$$I'=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R'_{o\lambda}}=\frac{B\upsilon_{op}\ell}{R'_{o\lambda}}\Rightarrow I'=5A$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται εκείνη τη στιγμή στον αγωγό είναι: $F'_L=B\,I'\,\ell=10N$ οπότε $F'_L=B\,I'\,\ell=10N>mg=8N$ άρα ο αγωγός επιβραδύνεται. Άρα η ταχύτητα μειώνεται, η ΗΕΔ από επαγωγή $E'_{\varepsilon\pi}=B\upsilon'\ell$ μειώνεται, το επαγωγικό ρεύμα $I'=\frac{E'_{\varepsilon\pi}}{R'_{o\lambda}}$ μειώνεται, το μέτρο της δύναμης Laplace $F'_L=B\,I'\,\ell$ μειώνεται άρα η συνισταμένη δύναμη $\Sigma F=mg-F_L$ μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί . Τότε αγωγός αποκτά σταθερή – οριακή ταχύτητα. Έχουμε:



$$\Sigma F'=0\Rightarrow mg=F'_L\Rightarrow mg=B\,I'\,\ell\Rightarrow mg=B\frac{E'_{\varepsilon\pi}}{R'_{o\lambda}}\ell\Rightarrow$$

$$mg=B\frac{B\upsilon'_{op}\ell}{R'_{o\lambda}}\ell\Rightarrow mg=\frac{B^2\ell^2}{R'_{o\lambda}}\upsilon'_{op}\Rightarrow\upsilon'_{op}=\frac{mg\cdot R'_{o\lambda}}{B^2\ell^2}\Rightarrow\upsilon'_{op}=8\frac{m}{s}$$