

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ (Ημερομηνία : 13/12/2020)

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις ως σωστές ή λάθος

1. Δύο μη μηδενικά  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  διανύσματα είναι κάθετα όταν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ .
2. Ισχύει  $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ .
3. Η ευθεία ( $\epsilon$ ) σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον  $x'x$  όταν  $\lambda_\epsilon > 0$ .
4. Δύο ευθείες είναι παράλληλες όταν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης
5. Τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (8, -65), \vec{\beta} = (15, 120)$  σχηματίζουν αμβλεία γωνία (5x2 μονάδες)

**A2.** Αν  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}, (\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{6}$ , να υπολογίσετε τις παραστάσεις

- 1)  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$     2)  $(\vec{\alpha} + \vec{\beta})^2$     3)  $(2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta})(\vec{\alpha} - \vec{\beta})$     4)  $|\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$  (4 μονάδες)

**A3.** Δίνεται το σημείο  $A(2,1)$  και η ευθεία  $\epsilon : y - x - 1 = 0$ .

- α) Να εξετάσετε αν το  $A$  ανήκει στην ευθεία  $\epsilon$
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το  $A$  και
  1. Είναι παράλληλη στην  $\epsilon$
  2. Είναι κάθετη στην  $\epsilon$
  3. Είναι κάθετη στον άξονα  $y'y$
  4. Σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $45^\circ$
  5. Διέρχεται από την αρχή των αξόνων (1 - 5x2 μονάδες)

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Δίνονται τα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ , με  $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{2\pi}{3}$ . Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ . (8 μονάδες)

**B2.** Δίνονται τα σημεία  $A(-2,2), B(8,12), \Gamma(-10,6)$

1. Να δείξετε ότι σχηματίζουν τρίγωνο
2. Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς  $AB$
3. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους  $A\Delta$
4. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου  $BM$
5. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς  $AB$  (5x2 μονάδες)

**B3.** Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1 : y = -x - 1, \epsilon_2 : y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  και το σημείο  $A(4,3)$ . Να βρείτε σημείο  $B$  της  $\epsilon_1$ , ώστε η  $\epsilon_2$  να περνάει από το μέσο του  $AB$ . (7 μονάδες)

1. ☒ Ούλφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr

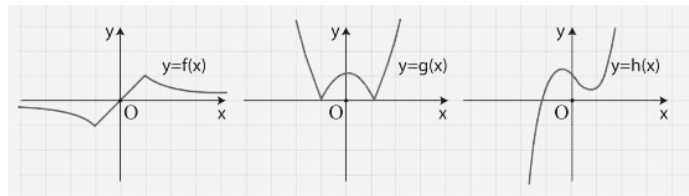


### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν  $\eta\mu\omega = 1$ , τότε υποχρεωτικά θα είναι  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ .
2. Αν  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ , τότε υποχρεωτικά θα είναι  $\eta\mu\omega = 1$ .
3. Υπάρχει γωνία  $\omega$ , για την οποία ισχύει  $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 2$ .
4. Ισχύει ότι  $\sigma\upsilon\nu 2 > 0$ .
5. Η γραφική παράσταση  $f$ , της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi(x) = 3x^4$ , μιας οριζόντιας κατά μία μονάδα αριστερά και μιας κατακόρυφης κατά 2 μονάδες προς τα πάνω, έχει τύπο:  $f(x) = 3(x-1)^4 + 2$ .

Γ2. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω γραμμές είναι γραφικές παραστάσεις άρτιας και ποιες περιττής συνάρτησης.



Γ3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = |x + 1| + 2$ ,  $x \in (-2, 3]$ .

α) Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση  $f$ .

β) Από την γραφική παράστασή της  $f$  να βρείτε :

1. το σύνολό τιμών και τη μονοτονία της  $f$ .
2. το πλήθος ριζών της εξίσωσης  $f(x) = \kappa$ , όπου  $\kappa \in (2, 3]$ .

Μονάδες : 10 – 3 – 12

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να αποδείξετε ότι :  $\frac{\eta\mu(5\pi+\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(7\pi-\varphi)\cdot\eta\mu(\frac{5\pi}{2}-\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{7\pi}{2}+\varphi)}{\sigma\varphi(5\pi+\varphi)\cdot\eta\mu(7\pi-\varphi)\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi}{2}-\varphi)\cdot\sigma\varphi(\frac{7\pi}{2}+\varphi)} = \eta\mu^2\varphi - 1$

Δ2. Να αποδείξετε ότι :  $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu x}$

Δ3. Αν  $\eta\mu\omega = -\frac{\sqrt{5}}{3}$  και  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$

α) Να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

β) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$  ισχύει :  $\frac{\eta\mu(\frac{\pi+\theta}{2})}{\eta\mu(\frac{3\pi+\theta}{2})} - \epsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \geq -3 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$ .

Μονάδες : 8 – 6 – 6 – 5