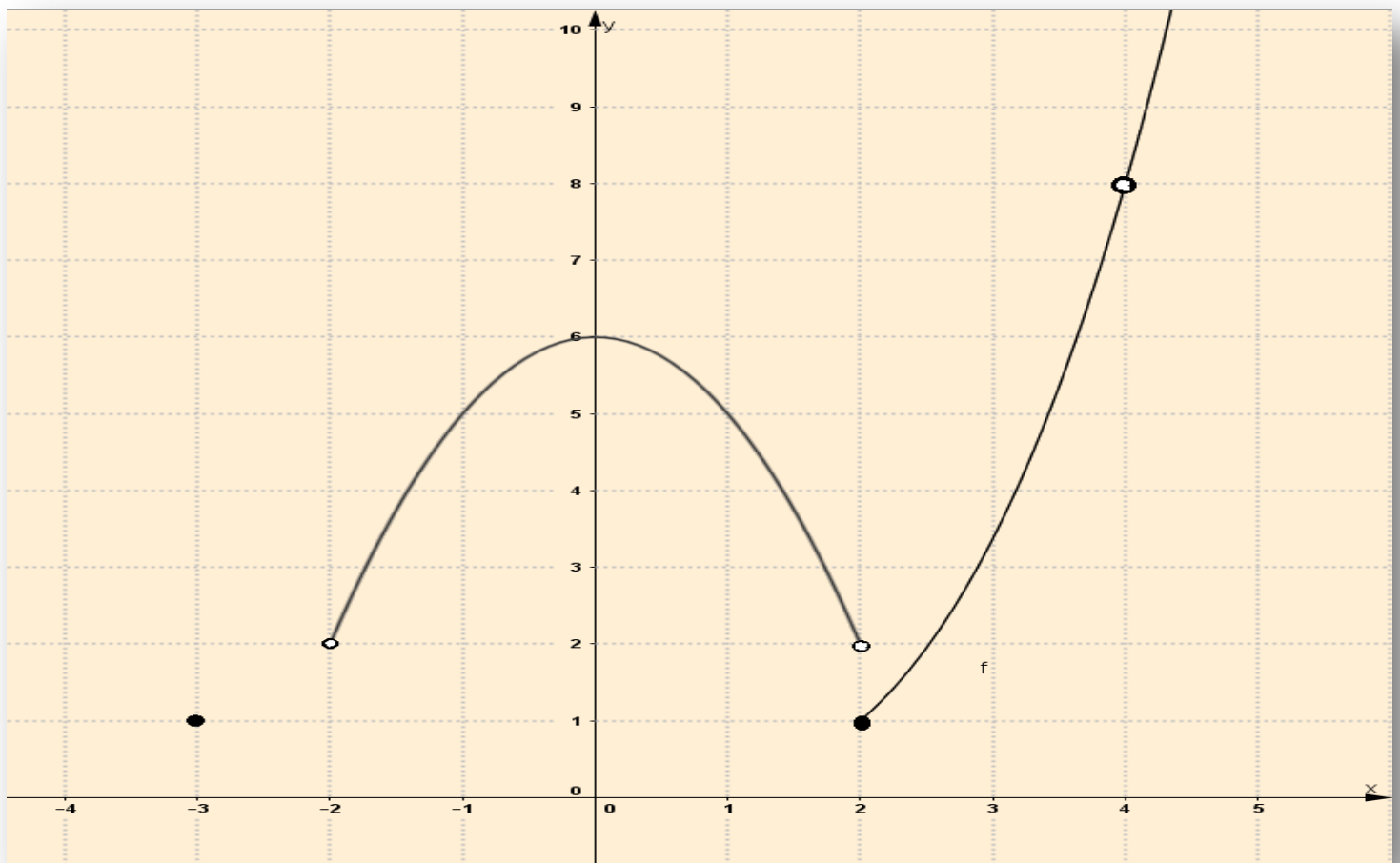


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ :
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 7 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο παρακάτω σχήμα:

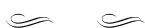


Να βρεθούν τα παρακάτω όρια αν υπάρχουν:

1. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, 2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, 3. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, 4. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$, 5. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$. (5μ)

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

1. Αν υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$ τότε υπάρχουν και τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
2. Αν το x_0 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$ τότε δεν ορίζεται το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.
3. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k \in \mathbb{R}$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - k) = 0$.
4. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 7$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 7$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -7$.



5. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού $A_f = (x_0, 42)$ όπου $x_0 < 42$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = k$ τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k.$$

6. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$.

7. Αν $f(x) = \begin{cases} x^3 + 5, & x \leq 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$ τότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + 5) = 5$.

8. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - 2} \cdot (x+1)}{\sqrt{x^2 - 2}} = 0$.

9. Αν $f(x) = x^2 - 2x + 8$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \pm 7$

10. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = k > 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \sqrt{k}$

(20μ)

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Να βρεθούν τα παρακάτω όρια :

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2}{x - 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3| + |x+1| + x}{|x-1| + |x|}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2} \right)$

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$

(18μ)

B) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5\beta, & x \leq 2 \\ ax + \beta, & x > 2 \end{cases}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$.

1. Να αποδείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = -1$.

2. Να υπολογίσετε τα όρια : α) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$ και β) $\lim_{x \rightarrow -6} f(x)$

(4+3μ)

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Να βρεθούν τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν):

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{\sqrt[3]{1-x} - \sqrt[3]{1+x}}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-3| - |2x+1| + 4}{|x^2 - 6x| + |x| - 10}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} + \sqrt{x} - 3}{\sqrt{x+3} - 2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 2x| + x^2 - 4}{x^2 - 2x}$

(16μ)

B) Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2x}{x - 2} = 1$. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \cdot f(x) - x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^3(x) - 64}{2f^2(x) - 9f(x) + 4}$

(9μ)

ΘΕΜΑ 4^ο

A) Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} a \cdot x^2 + \beta x - 4 & , x < 1 \\ \frac{x-1}{3\sqrt{x} + \sqrt{x+3} - 5} & , x \geq 1 \end{cases}$ όπου $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5$.

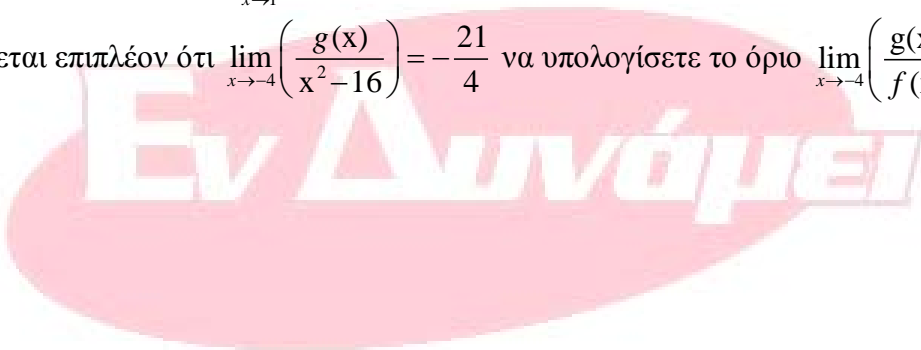
1. Να αποδείξετε ότι $a = 1$ και $\beta = 3$.

2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f^2(x) - 16| + 2|f(x)| - 8}{x^2 + x}$ αν υπάρχει.

3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ και στην συνέχεια να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

4. Αν δίνεται επιπλέον ότι $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{g(x)}{x^2 - 16} \right) = -\frac{21}{4}$ να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right)$.

(6+6+7+6μ.)



...ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ...

