

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 07/04/2024

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B ;

(Μονάδες 7)

A2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$, να δείξετε ότι:

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a} \text{ και } S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$$

(Μονάδες 8)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα από κάθε μία, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

- Η εξίσωση $\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 2 = 0$, με $\alpha \neq 0$, δεν έχει πραγματικές ρίζες.
- Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με $\alpha < 0$ και ν περιττό, έχει ακριβώς μια λύση, την $x = -\sqrt[\nu]{|\alpha|}$.
- Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 4}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .
- Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ , είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.
- Αν ισχύουν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$, όπου Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ είναι αρνητικό για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x .

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B1. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{αν } x \text{ άρρητος} \\ 2x, & \text{αν } x \text{ ρητός} \end{cases}$

- Να υπολογίσετε τις τιμές $f(\sqrt{2})$ και $f(-3)$.

(Μονάδες 5)

ii. Αν x ρητός, να λύσετε την εξίσωση:

$$[f(x)]^2 = 4x - 1$$

(Μονάδες 7)

B2. Σε μια Αριθμητική Πρόοδο (α_n) δίνονται $\alpha_1 = 41$ και $\alpha_6 = 26$.

i. Να αποδείξετε ότι η διαφορά ω της προόδου είναι ίση με -3 .

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε το θετικό ακέραιο n , ώστε $\alpha_n = n$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{|3x+2|}{\sqrt{x}-1} - \frac{3x}{x^2-9} + \frac{9x-2024}{|x+2|-2}$

ii. $f(x) = 5 - \frac{3x+2}{x^2-4|x|+3}$

iii. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x}}{x^3-8x}$

iv. $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 6} - \sqrt{-x^2 + 7x + 8}$

v. $f(x) = \sqrt{4 - |x|} + \sqrt{6|x| - 3}$

(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda$, με $\lambda \neq -2$.

i. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να λύσετε την ανίσωση $\Delta < 0$.

(Μονάδες 5)

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση $(\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0$, $\lambda \neq -2$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 4)

Δ2. Σε μια γραπτή εξέταση 100 ερωτήσεων Σ-Λ (Σωστό-Λάθος) σε κάποιο Πανεπιστήμιο, κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα και κάθε λανθασμένη απάντηση βαθμολογείται με $-\frac{1}{3}$ της μονάδας (για κάθε τριάδα λανθασμένων απαντήσεων αφαιρείται μια μονάδα).

-
- i. Να αποδείξετε ότι αν ένας φοιτητής απαντήσει σωστά σε x από τις 100 ερωτήσεις, τότε η βαθμολογία του $E(x)$ δίνεται από τον τύπο $E(x) = \frac{4}{3}(x - 25)$.
(Μονάδες 3)
- ii. Ένας φοιτητής βαθμολογήθηκε με 88. Πόσες ήταν οι σωστές και πόσες οι λανθασμένες απαντήσεις που έδωσε;
(Μονάδες 4)
- iii. Να αποδείξετε ότι η βαθμολογία ενός φοιτητή δεν μπορεί να είναι ίση με 50.
(Μονάδες 3)
- iv. Πόσες σωστές απαντήσεις πρέπει να δώσει ένας φοιτητής για να πάρει βαθμολογία μεγαλύτερη από τη βάση, που είναι 50;
(Μονάδες 3)
- v. Το άθροισμα των επιδόσεων δύο φοιτητών ήταν 140. Πόσες ήταν οι λανθασμένες απαντήσεις και των δύο μαζί;
(Μονάδες 3)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!