

## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 03 – 01 – 2025

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να δώσετε τον ορισμό της  $n$ -οστής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού  $\alpha$ .

**A2.** Να αποδείξετε ότι:  $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$ .

**A3.** Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- Εστω η εξίσωση  $ax + \beta = 0$ , τότε αν  $\alpha = 0$  και  $\beta \neq 0$  η εξίσωση είναι .....
- Αν  $\alpha > 0$ ,  $\mu$  ακέραιος και  $n$  θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε  $\alpha^{\frac{\mu}{n}} = \dots\dots\dots$
- Αν  $\alpha \leq 0$  και  $n$  άρτιος, τότε  $\sqrt[n]{\alpha^n} = \dots\dots\dots$
- Αν  $n$  περιττός και  $\alpha < 0$  τότε  $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- Υπάρχει τιμή του  $\alpha$ , ώστε η εξίσωση  $(\alpha-1) \cdot x = \alpha^2 - 1$  να είναι αδύνατη.
- Αν  $\alpha > 0$ , τότε η εξίσωση  $|x| = \alpha$  έχει δύο λύσεις αντίθετες.
- Αν  $\beta \geq 0$ , τότε  $\sqrt{\alpha^2 \cdot \beta} = \alpha \cdot \sqrt{\beta}$ .
- Αν η εξίσωση  $ax + \beta = 0$  έχει λύση, τότε  $\alpha \neq 0$  ή  $\beta = 0$ .

**Μονάδες 5 - 4 - 8 - 8**

## **ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

i.  $A = \sqrt{80 + \sqrt{4 - \sqrt{9}}}$

ii.  $B = (3 + \sqrt{27} - \sqrt{12}) \cdot (\sqrt[3]{27} - \sqrt{48} + 3\sqrt{3})$

iii.  $\Gamma = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2}$

**B2.** Το πάτωμα ενός εργαστηρίου της Πληροφορικής ενός σχολείου είναι σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις  $(x+1)$  μέτρα και  $x$  μέτρα.

- Να γράψετε με τη βοήθεια του  $x$  την περίμετρο  $\Pi$  και το εμβαδόν  $E$  του πατώματος.
- Αν το εμβαδόν του πατώματος του εργαστηρίου είναι 90 τετραγωνικά μέτρα, να βρείτε τις διαστάσεις του.

**Μονάδες 15 – 10**

## **ΘΕΜΑ Γ**

**G1.** Να λυθούν οι εξισώσεις :

i.  $|x - 4| = 3 - x$

ii.  $\frac{4x-3}{x-1} - \frac{2x^2-1}{x^2-1} + \frac{2x+1}{-x-1} = 0$

iii.  $\frac{2-|x-2|}{3} - \frac{1-|4-2x|}{2} = |2-x| - \frac{8-|2-x|}{6}$

iv.  $\frac{-2x^2+10x-12}{x-2} = 0$

**G2.** Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση ως προς  $x$ , για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$\lambda^2 \cdot (x+4) - 5\lambda \cdot (x+\lambda) = -25$$

**Μονάδες 20 – 5**

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Αν η εξίσωση  $\lambda^2 \cdot (\lambda x - 1) + x - 2\lambda = 1 - 3\lambda x \cdot (\lambda + 1)$  ως προς τον άγνωστο  $x$  είναι αόριστη (έχει άπειρες λύσεις), να βρείτε τις τιμές του  $\omega$  ώστε:  
 $|(\omega + 3)^{\lambda+2}| = 2024$ .

**Δ2.** Θεωρούμε τις παραστάσεις:

- $\alpha = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{2^3 \sqrt{2}}}$
- $\beta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} - 6$

- Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 2$  και  $\beta = -1$ .
- Να λυθεί η εξίσωση:  $(x - 3\beta)^5 - 8\alpha x + 24\alpha\beta = 0$ .
- Αν ισχύει  $x \in (\beta, 2-\alpha)$ , να βρεθεί η τιμή του ακέραιου αριθμού  $A$ , για τον οποίο ισχύει:

$$A = |x+1| - 2|x-2| + 3|x| - |2x-1|$$

**Δ3.** Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  ισχύει  $x^2 + y^2 = 1$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = \sqrt{x^4 + 4y^2} + \sqrt{y^4 + 4x^2}$$

Μονάδες 5 – 6 – 5 – 4 – 5