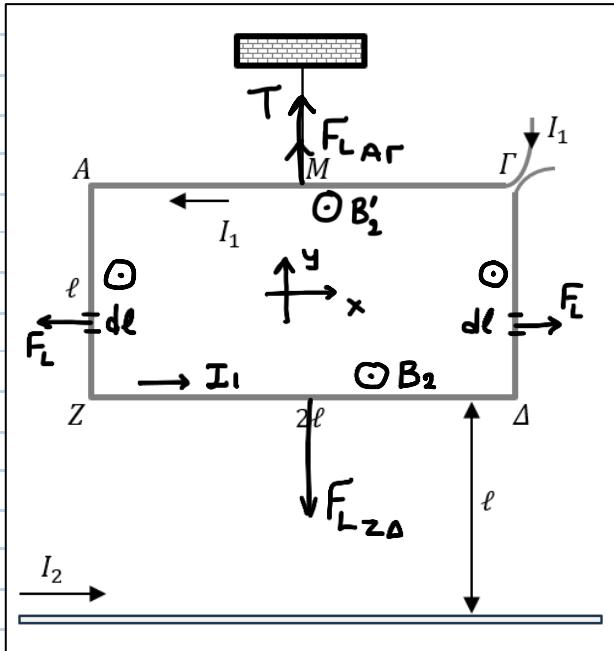


## ΘΕΜΑ Α

A1-S A2-γ A3-α A4-B A5 ΣΛΛΣΣ

## ΘΕΜΑ Β

B1 B Το μαρντινό πεδίο  
που δημιουργήθη στη λόγω της  
ευρύτερης αρμόδιας είναι  
ανοροποήσεις. Το κάθε σωματιώδες  
τύπος στην πλευρά της ΑΖ δέχεται  
αντίδειπτη δύναμη Laplace από  
το αντιστροφό απέναντι σωματιώδες  
τύπο της πλευράς ΓΔ.



$$\text{Αρχική σύνθεση δυνάμεων: } \sum F_{Lx} = 0.$$

$$\Rightarrow F_{LAf} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 2 I_1}{2\ell} \cdot I_1 \cdot 2\ell \Rightarrow F_{LAf} = \frac{\mu_0 I_1^2}{\pi} \quad (1)$$

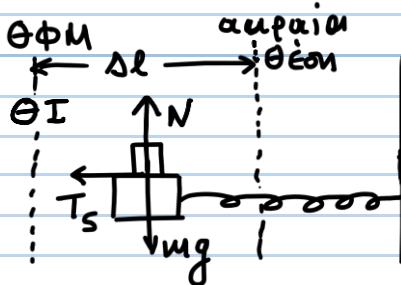
$$\sum_{\text{top}} \pi_{\text{top}} = 2\Delta : F_{2\Delta} = B_2 I_1 2\ell = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{\ell} I_1 \cdot 2\ell$$

$$\Rightarrow f_{z\Delta} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 \cdot 2 I_1}{l} I_1 \cdot 2l \Rightarrow f_{z\Delta} = \frac{2 \mu_0 I_1^2}{l} (\downarrow)$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow T + F_{Ar} - F_{z\Delta} = 0 \Rightarrow T = F_{z\Delta} - F_{Ar}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\mu_0 I_1^2}{\pi} - \frac{\mu_0 I_1^2}{\pi} \Rightarrow T = \frac{\mu_0 I_1^2}{\pi} \quad (8)$$

B2	I- $\alpha$	II- $\gamma$
----	-------------	--------------



I] Το πλάτος ραλάντων του συστήματος είναι  $A = \Delta l = A$  αφού

αρχίνεται ( $v=0$ ) από την αρχική θέση.

Η στατική τριβή είναι η δύναμη επαναφοράς για το σώμα m.

$$\text{Ισχύει } T_s = F_{\text{επαν}} \Rightarrow T_s = m|\alpha| = m\omega^2|x|$$

Με μέτρημα τηρή της στατικής τριβής ( $T_{\text{max}}$ ) είναι:

$$T_{\text{max}} = \mu_s N \quad \text{οπου} \quad \sum F_y(m) = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$T_{\text{max}} = \mu_s mg$$

Για να μην ολισθάνει το σώμα m πάνω στο M πρέπει:

$$T_s \leq T_{\text{max}} \Rightarrow m\omega^2|x| \leq \mu_s mg \Rightarrow |x| \leq \frac{\mu_s g}{\omega^2} \rightarrow |x_{\text{max}}| = \frac{\mu_s g}{\omega^2}$$

$$\text{Άρα το πλάτος είναι } A = |x_{\text{max}}| = \frac{\mu_s g}{\omega^2}$$

$$\text{Οπου } D = k = m\omega^2 = (m+m)\omega^2 \Rightarrow k = 4m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{4m}$$

$$\text{Οπού } A = \frac{\frac{1}{4}g}{\frac{k}{4m}} \Rightarrow A = \frac{mg}{k} \quad \textcircled{A}$$

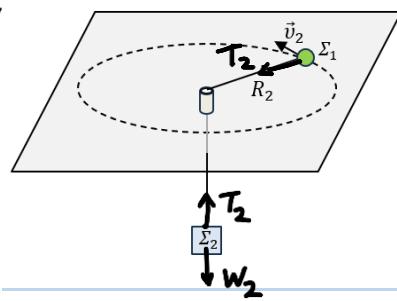
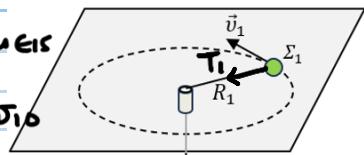
$$\text{II] Όταν } T_s = \frac{1}{2} T_{\text{max}} \Rightarrow m|\alpha| = \frac{1}{2} \mu_s mg \Rightarrow |\alpha| = \frac{1}{2} \frac{1}{4} g \Rightarrow |\alpha| = \frac{g}{8}$$

$$\text{Ισχύει } \frac{|dP_M|}{dt} = \sum F_{(M)} = m|\alpha| = 3m \frac{g}{8} \Rightarrow \frac{|dP_M|}{dt} = \frac{3}{8} mg$$

$$\text{όπως } A = \frac{mg}{k} \Rightarrow mg = kA \quad \text{όποια } \frac{|dP_M|}{dt} = \frac{3}{8} kA \quad \textcircled{B}$$

B3 α

Σημειώσεις για την έλεγχο των συνάρτησης που αποδίδουν στη σφραγίδα



$\Sigma_1$  δεν έχουν ρολό

διατηρείται η στροφορθή του

$$\vec{L}_{1,\text{αρχ}} = \vec{L}_{1,\text{τελ}}$$

$$m_1 v_1 R_1 = m_2 v_2 R_2 \Rightarrow v_1 R_1 = v_2 2 R_1 \Rightarrow v_1 = 2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2}$$

Αρχική ισορροπία  $\Sigma_2$ :  $\sum F_{2y} = 0 \Rightarrow T_1 = w_2 + F$

$$\text{Κεντροβόλος δύναμη: } \sum F_{R_1} = m_1 a_{R_1} \Rightarrow T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \Rightarrow w_2 + F = \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \quad (1)$$

Τελική ισορροπία  $\Sigma_2$ :  $\sum F'_{2y} = 0 \Rightarrow T_2 = w_2$

$$\text{Κεντροβόλος δύναμη: } \sum F'_{R_1} = m_1 a_{R_2} \Rightarrow T_2 = \frac{m_1 v_2^2}{R_2} \Rightarrow w_2 = \frac{\frac{m_1 v_1^2}{4}}{2 R_1}$$

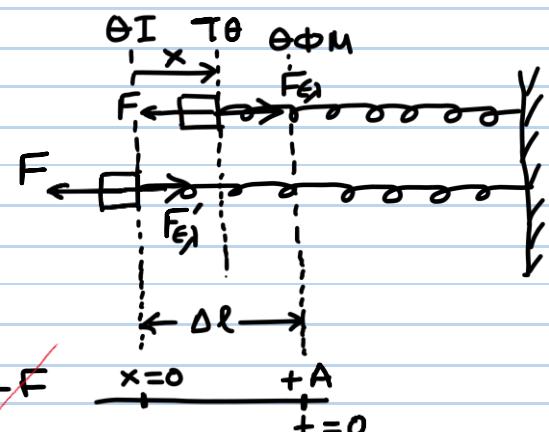
$$\Rightarrow w_2 = \frac{1}{8} \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \Rightarrow 8 w_2 = \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow w_2 + F = 8 w_2 \Rightarrow F = 7 w_2 = 7 m_2 g \Rightarrow F = 7 m g \quad (@)$$

Θέμα Γ

$$\underline{Γ_1} \sum_{\text{την } \theta I} F = 0 \Rightarrow F = F_{EJ}$$

$$\Rightarrow F = k \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} = 0,4 \text{ m}$$



$$\sum_{\text{την } \theta EJ} F = F_{EJ} - F$$

$$\Rightarrow \sum F = k(\Delta l - x) - F = k\Delta l - kx - F \quad \begin{matrix} x=0 \\ +A \\ t=0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum F = -kx \text{ αφού } \sum F = -Dx$$

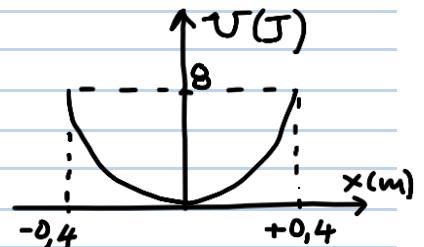
$$\text{οπότε } D = k$$

Γ2 Το σώμα θετικά από την μέση θέτει  $x = +A$

$$\text{οπότε } A = \Delta l = 0,4 \text{ m}$$

$$U = \frac{1}{2} D x^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow U = 50 \cdot x^2$$

$$-A \leq x \leq +A \rightarrow -0,4 \text{ m} \leq x \leq +0,4 \text{ m}$$



$$\Gamma 3 \quad \sum_{\text{forces}} w_{x \text{ axis}} \text{ due to } \Sigma F = -Dx \Rightarrow F_{\text{ext}} - F = -kx$$

$$\Rightarrow F_{\text{ext}} = F - kx$$

$$\text{Given } x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{and} \quad D = k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{k/m} = 10 \text{ rad/s}$$

$$t=0 \quad x=+A \Rightarrow \sin \varphi_0 = +1 \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} \text{ sec}$$

$$\text{At } t=0 \quad F_{\text{ext}} = F - KA \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$F_{\text{ext}} = 40 - 40 \sin(10t + \pi/2) \quad \boxed{\text{SI}}$$

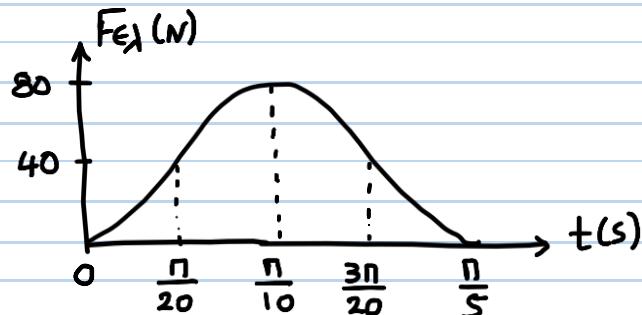
$$t=0, x=+A \quad F_{\text{ext}} = 0$$

$$t = \frac{\pi}{4}, x=0, \quad F_{\text{ext}} = 40N$$

$$t = \frac{\pi}{2}, x=-A \quad F_{\text{ext}} = 80N$$

$$t = \frac{3\pi}{4}, x=0 \quad F_{\text{ext}} = 40N$$

$$t = T, x=+A \quad F_{\text{ext}} = 0$$



$$\Gamma 4 \quad \text{At } t_1 = 10T \quad A_1 = \frac{A_0}{2} \quad A_0 = 0.4m$$

$$\Rightarrow A_0 e^{-\lambda t_1} = \frac{A_0}{2} \Rightarrow e^{-\lambda t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda t_1 = \ln 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_1} = \frac{\ln 2}{10T}$$

$$t_2 = (10+20)T = 30T$$

$$A_2 = A_0 e^{-\lambda t_2} \quad \text{Given } \lambda t_2 = \frac{\ln 2}{10T} \cdot 30T = 3 \ln 2 = \ln 2^3 = \ln 8$$

$$A_2 = A_0 e^{-\ln 8} = \frac{A_0}{8} \Rightarrow \boxed{A_2 = \frac{A_0}{8} = 0.05m = 5cm}$$

$$\Gamma 5 \quad t_1 = 10T, \quad A_1 = \frac{A_0}{2}, \quad E_1 = \frac{1}{2} D A_1^2 = \frac{1}{2} D \frac{A_0^2}{4} = \frac{E_0}{4}$$

$$t_2 = 30T, \quad A_2 = \frac{A_0}{8}, \quad E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 = \frac{1}{2} D \frac{A_0^2}{64} = \frac{E_0}{64}$$

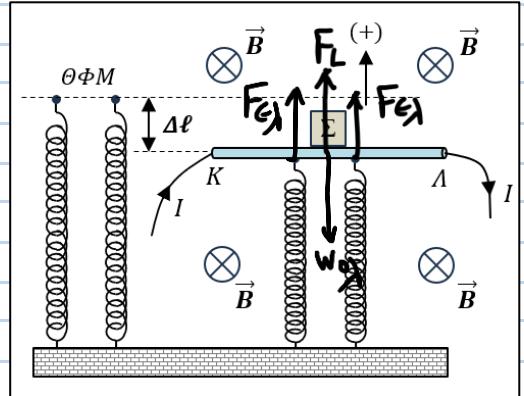
$$|\Delta E| = E_1 - E_2 = \frac{E_0}{4} - \frac{E_0}{64} \Rightarrow |\Delta E| = \frac{15}{64} E_0$$

$$\Pi = \frac{|\Delta E|}{E_0} \cdot 100\% = \frac{\frac{15}{64} E_0}{E_0} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi = \frac{15}{64} \cdot 100\%$$

$$\boxed{\Pi = \frac{1500}{64}\% = 23,4375\% = 23,4\%}$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1 Στην εισόρροπη των συστήματος απομένουν οι δύναμεις από τα ελαστίρια  $\vec{F}_{\text{el}}$ , και δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  και τα βάρη των σωμάτων  $\vec{W}_{\text{obj}} = \vec{W}_{\text{mg}} + \vec{W}_{\text{mg}}$



$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_L + 2F_{\text{el}} = W_{\text{obj}}$$

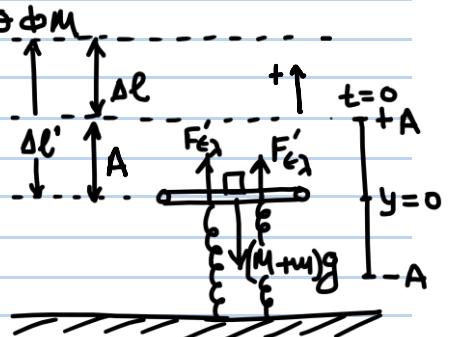
$$\Rightarrow B I d + 2k \cdot \Delta l = (M+m)g$$

$$\Rightarrow I = \frac{(M+m)g - 2k \Delta l}{B d} \Rightarrow I = \frac{40 - 20}{1 \cdot 1} \text{ A} \Rightarrow I = 20 \text{ A}$$

Δ2 Η θετική συρροπίας ταχεύτων είναι πιο νοίκια αφού μυδενίζεται και δύναμη Laplace. Ισχύει:

$$\Theta I \text{ αλτ: } \sum F_y' = 0 \Rightarrow 2F_{\text{el}}' = (M+m)g$$

$$\Rightarrow 2k \Delta l' = (M+m)g \Rightarrow \Delta l' = \frac{(M+m)g}{2k} = 0,4m$$



Το σύστημα ζεινόι αλιτ από την σύντομη

ακροία θέση με πλάγιος  $A = \Delta l' - \Delta l \Rightarrow A = 0,2m$

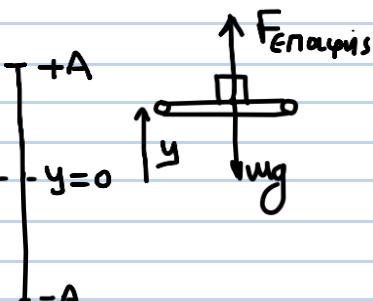
$$\text{Ισχύει } y = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad D = 2k = (M+m) \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{M+m}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t=0 \quad y=+A \Rightarrow \sin \varphi_0 = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

$$\text{Οποτε: } y = 0,2 \sin \left( 5t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ SI}$$

Δ3 Το σύρτι στη διάρκεια  $\Theta I$  των αλιτ δέχεται τα βάρη του

και τη δύναμη επιτροπής από τον αγώνα.



$$\text{Ισχύει: } \sum F_{(y)} = m \alpha \Rightarrow F_{\text{Elastis}} - mg = -m \omega^2 y$$

$$\text{όπου } \alpha = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 A \sin y$$

$$\Rightarrow F_{\text{Elastis}} = mg - m \omega^2 y$$

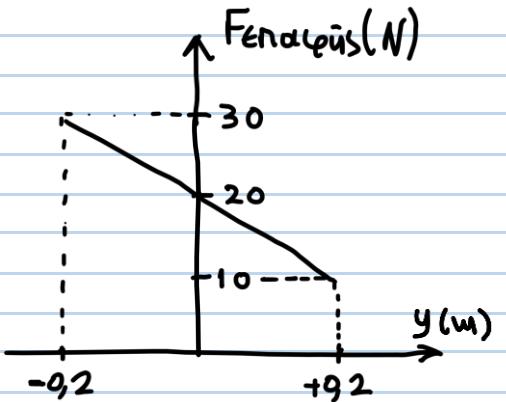
$$\Rightarrow F_{\text{επαρχίας}} = 20 - 50 \cdot y \text{ SI}$$

$$με -A \leq y \leq +A \rightarrow -0,2m \leq y \leq +0,2m$$

για  $y = -0,2m$   $F_{\text{επαρχίας}} = 30N$

$y = 0$   $F_{\text{επαρχίας}} = 20N$

$y = +0,2m$   $F_{\text{επαρχίας}} = 10N$



Δ4  $F_{\text{επαρχίας}} = 15N \Rightarrow 20 - 50y = 15 \Rightarrow -50y = -5 \Rightarrow y = +0,1m$

$+0,2m \leq y \leq 0$  Έτσι όταν  $F_{\text{επαρχίας}} = 15N$  σημαίνει ότι  $y = +0,1m$  και  $v < 0$ .

$+0,1$   $\downarrow v < 0$  Ισχύει  $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} (u + v) u^2 + \frac{1}{2} D y^2$

$y=0$   $v^2 = \frac{D}{u+v} (A^2 - y^2) = \frac{100}{4} \left( \frac{4}{100} - \frac{1}{100} \right) (u/v)^2$

$$v = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} u/v \xrightarrow{v < 0} v = -\frac{\sqrt{3}}{2} u/v$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dy}{dt} = \Sigma F \cdot v = -Dy \cdot v$$

$$\frac{dK}{dt} = -100 (+0,1) \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = +5\sqrt{3} J/s}$$

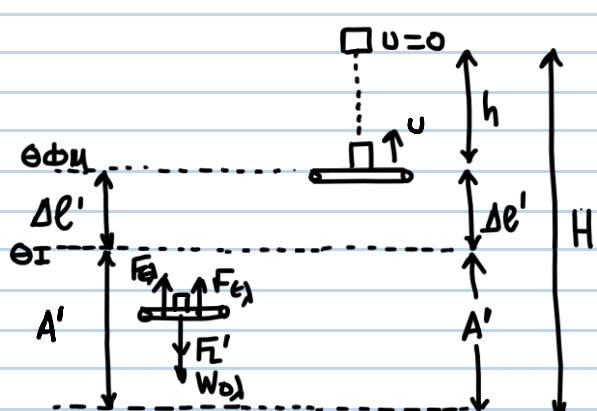
Δ5 Αν η θήκη στην οποία το σύστημα είναι ανιστόχων και μέχρι να ανιστοποιηθεί συγχρονίσει συν κάτιν αύρια δέσι, ανιστάται κατακόρυφα προς τα κάτιν δύναμη Laplace σταθερά μέτρου  $F_L' = B I'd = 30N$ .

Εφαρμογή θύμκε από τη θήκη

μέχρι την κάτιν αύρια δέσι

για την κύρτη την νέαν

ηλίστρους  $A'$  της νέας αυτ:



$$K_{T\epsilon} - K_{a\epsilon x} = W_{F_L'} + W_{W_D} + 2W_{F_G}$$

$$0 - 0 = F_L' \cdot A' + W_D \cdot A' + 2 \left( V_{G\epsilon} - V_{\epsilon\epsilon} \right)$$

$$0 = BI'dA' + (m+M)gA' + 2 \left[ \frac{1}{2} k \Delta e'^2 - \frac{1}{2} K (\Delta e' + A')^2 \right]$$

$$0 = BI'A' + (m+M)gA' + K \Delta e'^2 - K \Delta e'^2 - KA'^2 - 2K \Delta e' \cdot A'$$

$$0 = BI'A' + \underbrace{[(m+M)g - 2K \Delta e']}_{O(\text{από } \theta I \text{ αλαζ})} A' - KA'^2$$

$$0 = BI'A' - KA'^2 \Rightarrow 50A'^2 - 30A' = 0 \Rightarrow A'(5A' - 3) = 0$$

$$A' = 0 \quad \text{ή} \quad SA' = 3 \Rightarrow \underline{\underline{A' = 0,6 \text{ m}}}$$

இ) Μέσω του έργου της Lαρύγγου προτερευτικά ενέργειες και στη συνέχεια τα σύστημα ευτελεί αυτι οπότε: Επροσφ =  $W_{F_L}' = E_{\text{ταχ}}$   
 $\Rightarrow F_L' A' = \frac{1}{2} D A'^2 \Rightarrow BI'd = \frac{1}{2} 2KA' \Rightarrow A' = \frac{BI'd}{K} = \frac{30}{50} \text{ m} \Rightarrow \underline{\underline{A' = 0,6 \text{ m}}}$

Το αύτα Σ κατά τη διάρκεια των ταλάντωμας δέχεται

διναρική επιχρής  $F_{\text{επιχρής}} = 20 - 50y$

Χάνει επαρκή όταν  $F_{\text{επιχρής}} = 0 \Rightarrow 50y = 20 \Rightarrow y = +0,4 \text{ m}$

Διλαδή χάνει στη φέση φυσικού Μίνους ( $y = +0,4 \text{ m} = +\Delta e'$ ) του

ελασμάτου. Επειδή  $A' = 0,6 \text{ m} > y = +\Delta e' = 0,4 \text{ m}$  φτάνει και

ζεπερνά τη θέση οπότε ο αγωρός και το αύτα Σ χάνουν

επαρκή. Στη ανέληση τα αύτα Σ ευτελεί κατακόρυφη βολή

προς τα πάνω και ο αγωρός ευτελεί υψη σατ.

$$\text{Στη θέση: } E = k + U \Rightarrow \frac{1}{2} D A'^2 = \frac{1}{2} (m+M) v^2 + \frac{1}{2} D y^2$$

$$v^2 = \frac{D}{m+M} (A'^2 - y^2) \quad \text{όπου } y = +\Delta e' = +0,4 \text{ m}$$

$$v^2 = \frac{100}{4} \left( \frac{36}{100} - \frac{16}{100} \right) \left( \frac{m}{s} \right)^2 \Rightarrow |v| = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$\text{ΘΜΚΕ για } \Sigma: k_{\Sigma, \text{τελ}} - k_{\Sigma, \text{αερ}} = W_{\text{μηγ}}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2 = -mgh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{'Απα διανύει: } H = A' + \Delta e' + h = (0,6 + 0,4 + 0,25) \text{ m} \Rightarrow \boxed{H = 1,25 \text{ m}}$$