

ΘΕΜΑ Α

A1 - α A2 - β A3 - β A4 - δ A5 - Σ ΙΙΙΙΙ

ΘΕΜΑ Β

B1 I-β, II-α

$$\text{I) } t_1: \vec{v}_B = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{JPB}$$

$$v_B = v_{cm} + v_{JPB} \quad (\text{καθώς } v_{JPB} = R\omega = v_{cm})$$

$$v_B = 2v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v_B}{2} \quad \textcircled{1}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{JPA}$$

$$v_A = v_{cm} + v_{JPA} \quad \text{όπου } v_{JPA} = r\omega = 0,6R\omega = 0,6v_{cm}$$

$$v_A = 1,6v_{cm} \xrightarrow{\textcircled{1}} v_A = 1,6 \frac{v_B}{2} \Rightarrow v_B = \frac{v_A}{0,8} \Rightarrow \boxed{v_B = 1,25v_A} \quad \textcircled{2}$$

II) Για τη μετατόπιση του σημείου A λογίζεται:

$$\Delta x_A = \Delta x_{cm} + \Delta l_{vmp} = R\theta + r\theta = R\theta + 0,6R\theta = 1,6R\theta$$

$$\text{όπως } \theta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \rightarrow \Delta x_A = 1,6R \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta x_A = 2,4\pi R} \quad \textcircled{3}$$

$$\text{ή } v_A = 1,6v_{cm} \rightarrow \frac{dv_A}{dt} = 1,6 \frac{dv_{cm}}{dt} \Rightarrow \alpha_A = 1,6 \alpha_{cm}$$

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} \alpha_A \Delta t^2 = \frac{1}{2} 1,6 \alpha_{cm} \Delta t^2 = 1,6 \frac{1}{2} \alpha_{cm} \Delta t^2 = 1,6 \Delta x_{cm}$$

$$\Delta x_A = 1,6 \Delta x_{cm} = 1,6 R \Delta \theta = 1,6 R \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta x_A = 2,4\pi R} \quad \textcircled{3}$$

B2 - α $R_1 = R$, $R_2 = 4R$ ϵ , v

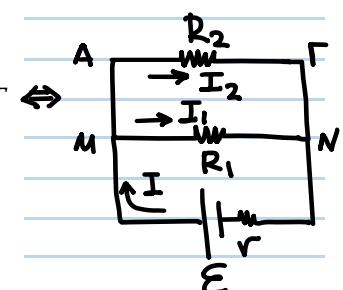
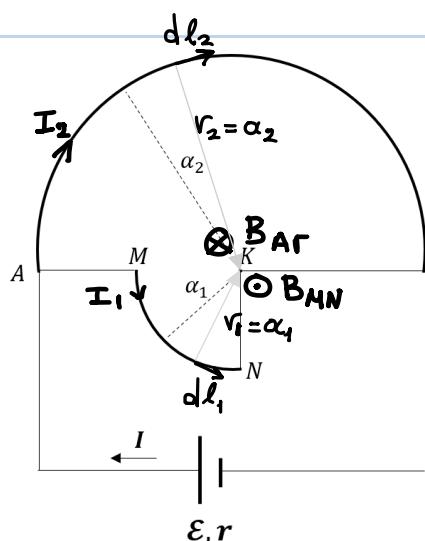
$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4R^2}{5R} = 0,8R$$

$$R_{\text{ext}} = r + R_{1,2}$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{\text{ext}}}$$

$$V_{R_1} = V_{R_2} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$I_1 R = 4 I_2 R \Rightarrow I_1 = 4 I_2$$



$$\text{Ισχύει } I = I_1 + I_2 = S I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I}{S}, \quad I_1 = \frac{4}{5} I$$

$$B_{Ar} = B_2 = \sum d B_{Ar} = \sum \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d l_2}{r_2^2} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r_2} \sum d l_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r_2^2} \pi r_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4r_2}$$

$$B_{MN} = B_L = \sum d B_{MN} = \sum \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d l_1}{r_1^2} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r_1} \sum d l_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r_1^2} \frac{\pi}{2} r_1 = \frac{\mu_0 I_1}{8r_1}$$

όπου $r_2 = \alpha_2 = 2\alpha, I_2 = \frac{I}{S} \rightarrow B_{Ar} = \frac{\mu_0 I / S}{4 \cdot 2\alpha} \Rightarrow B_{Ar} = \frac{\mu_0 I}{40\alpha} \quad \otimes$

$$r_1 = \alpha_1 = \alpha, I_1 = \frac{4I}{S} \rightarrow B_{MN} = \frac{\mu_0 \cdot 4I / S}{8 \cdot \alpha} \Rightarrow B_{MN} = \frac{4\mu_0 I}{40\alpha} \quad \odot$$

$$\vec{B}_K = \vec{B}_{MN} + \vec{B}_{Ar} \longrightarrow B_K = \frac{4\mu_0 I}{40\alpha} - \frac{\mu_0 I}{40\alpha} \Rightarrow B_K = \boxed{\frac{3\mu_0 I}{40\alpha}} \quad \textcircled{a}$$

B3 Ι-β, ΙΙ-γ

I) Τα σώματα κινούνται ταυτόχρονα

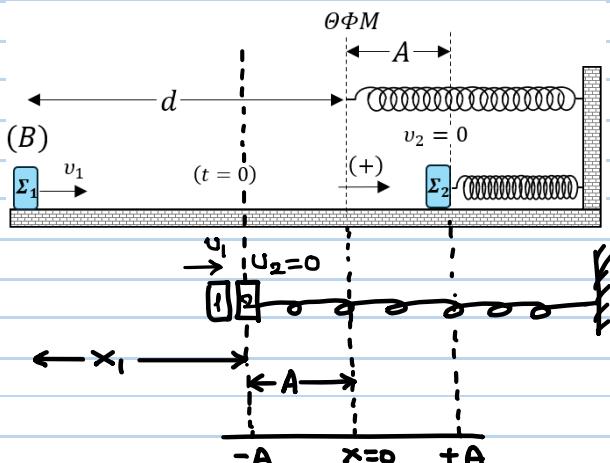
$$\text{χωρίς } \times \text{ροή } \text{διάστημα } \Delta t = \frac{3T}{2}$$

$$\text{Ισχύει } d = x_1 + A = v_1 \Delta t + A$$

$$\Rightarrow d = 2v_{max} \Delta t + A = 2\omega A \cdot \Delta t + A$$

$$\Rightarrow d = 2 \frac{2\pi}{T} A \frac{3T}{2} + A$$

$$\Rightarrow d = 6\pi A + A \Rightarrow \boxed{d = (6\pi + 1)A} \quad \textcircled{b}$$



II) Κεντρική ελαστική κρούση στην αύρια δύνη της αριτ

του σώματος Σ_2 , αρα $v_2 = 0$

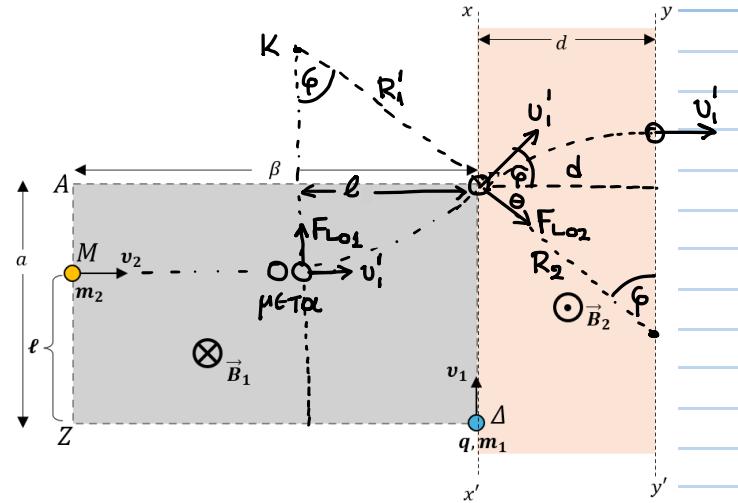
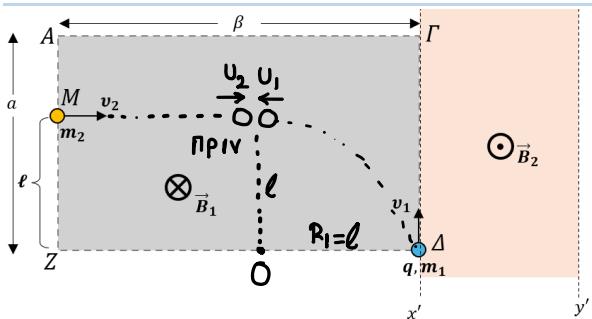
$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m}{4m} 2\omega A \Rightarrow v'_2 = \omega A$$

$$\text{Ισχύει } E' = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} K A'^2 = \frac{1}{2} m_2 v'_2^2 + \frac{1}{2} K A^2$$

$$A'^2 = \frac{m_2}{K} v'_2^2 + A^2 \quad \text{όπου } D = K = m_2 \omega^2 \Rightarrow \frac{m_2}{K} = \frac{1}{\omega^2}$$

$$A'^2 = \frac{1}{\omega^2} \omega^2 A^2 + A^2 = 2A^2 \Rightarrow \boxed{A' = \sqrt{2}A} \quad \textcircled{y}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ₁) Το αφόρητο σωματίδιο δε δέχεται δύναμη από το πεδίο
έντασης \vec{B}_1 : $F_{Lo2} = 0$

Το τρίτο έχει φορτίο $q = +e = +1,6 \cdot 10^{-19}$ και μάζα $m_1 = 3m$
 $\Rightarrow m_1 = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ και δέχεται από το πεδίο \vec{B}_1 δύναμη

$$\text{Lorentz : } F_{Lo1} = B_1 v_1 q = 10^{-2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ N} \Rightarrow F_{Lo1} = 3,2\sqrt{2} \cdot 10^{-17} \text{ N}$$

Γ₂) Κεγκρική ελαστική ιρούσι

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (\leftarrow)$$

$$-4\sqrt{2} \cdot 10^4 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} 2\sqrt{2} \cdot 10^4 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} (-10\sqrt{2} \cdot 10^4)$$

$$-2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} - \frac{10m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow -2m_1 - 2m_2 = m_1 - 11m_2$$

$$3m_1 = 9m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3} = \frac{3w}{3} \Rightarrow m_2 = m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (\text{νετρόνιο})$$

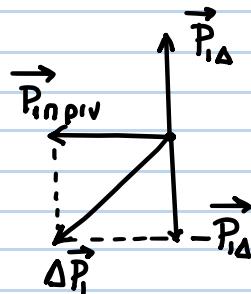
$$\text{Ισχυει } v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \quad (\leftarrow)$$

$$2\sqrt{2} \cdot 10^4 - 4\sqrt{2} \cdot 10^4 = v'_2 - 10\sqrt{2} \cdot 10^4 \Rightarrow v'_2 = 8\sqrt{2} \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$\Gamma_3) \Delta \vec{P}_1 = \vec{P}_{in piv} - \vec{P}_{1\Delta} = \vec{P}_{in piv} + (-\vec{P}_{1\Delta})$$

$$P_{in piv} = P_{1\Delta} = m_1 v_1$$

$$|\Delta \vec{P}_1| = \sqrt{P_{in piv}^2 + P_{1\Delta}^2} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_1 v_1)^2}$$



$$|\Delta \vec{P}_1| = \sqrt{2} m_1 v_1 = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 10^4 \text{ kg m/s} \Rightarrow |\Delta \vec{P}_1| = 19,2 \cdot 10^{-23} \text{ kg m/s}$$

$$\Gamma 4) \text{ Μετά των κρίσεων: } R_1' = \frac{m_1 v_1'}{B_1 q_1} = \frac{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 10^4}{10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ m}$$

$$R_1' = 12\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m} = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

Εντός του ουπ \vec{B}_1 διαγράφεται γνωστής φορά την αρχική σχέση:

$$\text{Ημίφ} = \frac{l}{R_1} = \frac{6\sqrt{2}}{12\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = \pi/6 \text{ rad}$$

$$\text{Ισχύει } \varphi = \omega_1 \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T_1} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T_1}{12} = \frac{1}{12} \frac{2\pi \omega_1}{B_1 q_1}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{6} \frac{\pi \cdot 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}}{10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ sec} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-6} \text{ sec} = 5\pi \cdot 10^{-7} \text{ sec}}$$

$$\Gamma 5) \alpha) \boxed{W_{F_{L02}} = 0} \quad \text{αφού } \vec{F}_{L02} \perp \vec{v}_1$$

$$\beta) \text{ Ισχύει } R_2 = \frac{m_1 v_1'}{B_2 q_1}$$

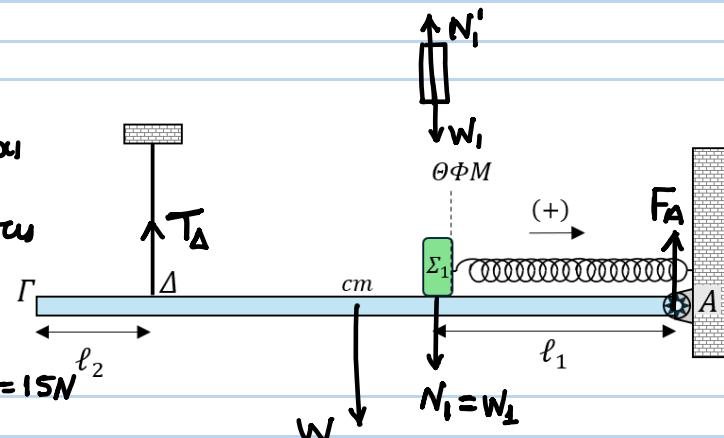
$$\text{Ημίφ} = \frac{d}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{R_2} \Rightarrow R_2 = 2d \Rightarrow \frac{m_1 v_1'}{B_2 q_1} = 2d \Rightarrow B_2 = \frac{m_1 v_1'}{2q_1 d}$$

$$\Rightarrow B_2 = \frac{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 10^4}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow \boxed{B_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} T}$$

ΘΕΜΑ Δ

$\Delta 1)$ Στο σώμα Σ_1 ασκούνται το βάρος του \vec{W}_1 και η ιαύτης δύναμη \vec{N}_1' από τη δοκό.

$$\text{Ισχύει, } \sum F_{1y} = 0 \Rightarrow N_1' = W_1 = m_1 g = 15N$$



Στη δοκό ασκούνται το βάρος της \vec{W} ($W = Mg = 20N$), η τάση της νήστερης T_Δ και η ιαύτης δύναμη \vec{N}_1 από τη σύντοι (απίδραση της $N_1' \rightarrow N_1' = N_1 = 15N$) και η δύναμη \vec{F}_A από την άρθρωση.

$$\text{Ισχύουν: } \sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_W + \tau_{N_1} - \tau_{T_\Delta} = 0 \Rightarrow W \frac{l}{2} + N_1 l_1 = T_\Delta (l - l_2)$$

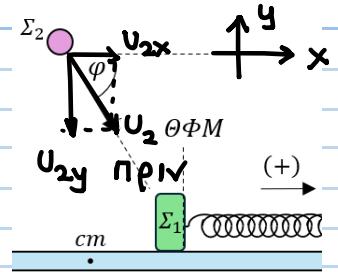
$$20 \frac{5}{2} + 15 \cdot 2 = T_\Delta \cdot 4 \Rightarrow \boxed{T_\Delta = 20N}$$

$$\text{και } \sum F_y = 0 \Rightarrow T_\Delta + F_A = W + N_1 \Rightarrow 20 + F_A = 20 + 15 \Rightarrow \boxed{F_A = 15N}$$

$$\Delta 2) A \Delta O \times : \vec{P}_{x \text{ πριν}} = \vec{P}_{x \text{ μετά}} \Rightarrow P_{2x} = P_K$$

$$\Rightarrow m_2 v_{2x} = m_1 v_K \Rightarrow m_2 v_2 \cos \varphi = (m_1 + m_2) v_K$$

$$\Rightarrow v_K = \frac{m_2 v_2 \cos \varphi}{m_1 + m_2} = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} m/s}{2} \Rightarrow v_K = 2,5 m/s$$



$$\Delta 3) K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 400 J = 100 J$$

$$K_{\mu\text{ετα}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_K^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 6,25 J = 6,25 J$$

$$\Delta E \text{ σων ιρούση}: E_{\theta \text{ πριν}} = E_{\theta \text{ μετα}}$$

$$K_{\text{πριν}} = K_{\mu\text{ετα}} + E_{\text{απωλειών}}$$

$$E_{\text{απωλειών}} = K_{\text{πριν}} - K_{\mu\text{ετα}} = 100 J - 6,25 J = 93,75 J$$

$$\Pi = \frac{E_{\text{απωλειών}}}{K_{\text{πριν}}} \cdot 100 \% = \frac{93,75}{100} \cdot 100 \% \Rightarrow \boxed{\Pi = 93,75 \%}$$

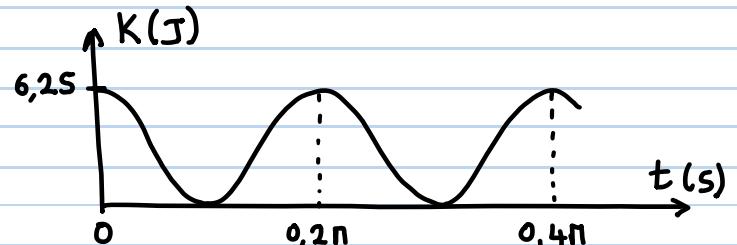
$\Delta 4)$ Σταύρωσης για τη συσσωμάτωση $v_K = v_{\text{max}}$.

$$\text{Αρχ} K_{\mu\text{ετα}} = K_{\text{max}} = E_{\text{ταχειάσης}} = E = 6,25 J.$$

$$\text{Ισχύει } K = E \sigma v^2 (\omega t + \varphi_0) \text{ οφειλόμενος } \varphi_0 = 0 \text{ αρχικά } t=0, x=0, v>0$$

$$D = K = m_2 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{k/m_2} = 5 \text{ rad/s}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,4\pi \text{ sec.}$$

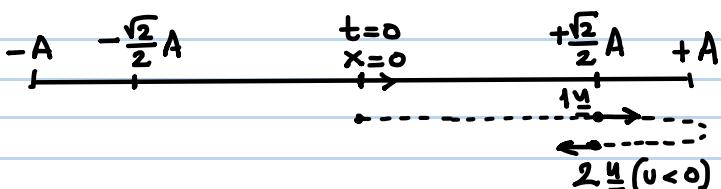
$$\text{Άρχ} \boxed{K = 6,25 \sigma v^2 (5t) \text{ SI}}$$



$$\Delta 5) \text{ Οταν } K = U \rightarrow E = K + U = 2U \Rightarrow U = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} K A^2$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

$$\text{Αντίστοιχα } K = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \Rightarrow v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\text{max}}.$$



$2u = \text{φορά } K = U \text{ είναι σταύρωση συσσωμάτωση διέρχεται από}$

$$\text{τη διάσταση } x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A \text{ έχοντας } u < 0 \rightarrow u = -\frac{\sqrt{2}}{2} v_{\text{max}}$$

$$\text{Ιστούει } U_k = U_{\max} = \omega A \Rightarrow 2,5 = 5 A \Rightarrow A = 0,5 \text{ m}$$

$$\text{Έκπυρτ: } dK = dW_{\Sigma F} \rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F \cdot v = -K \times v$$

$$\frac{dK}{dt} = -K \times v = -k \left(+\frac{\sqrt{2}}{2} A \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max} \right) = +\frac{1}{2} k A v_{\max}$$

$$\frac{dK}{dt} = +\frac{1}{2} 50 \cdot 0,5 \cdot 2,5 \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = +31,25 \text{ J/s}}$$

Δ6) Για την πορεία της

δομού ισχύουν:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T'_A + F_A' = W + W_{\partial}$$

$$\text{Όμως } T'_A = F_A'$$

$$\text{οπότε } 2T'_A = W + W_{\partial}$$

$$2T'_A = Mg + (m_1 + m_2)g \Rightarrow 2T'_A = 20 + 20 \Rightarrow T'_A = 20N$$

Για ότι τα κανόνια θέτουν την συστατική τάση πάνω στη δομή έχουμε:

$$\Sigma T_A' = 0 \Rightarrow T_W + T_N - T_{T'_A} = 0 \Rightarrow W \frac{l}{2} + N(l_1 - x) = T'_A \cdot (l - l_2)$$

$$\text{οπου } N = W_{\partial} = (m_1 + m_2)g = 20N \quad 20 \frac{5}{2} + 20(2 - x) = 20 \cdot 4$$

$$\Rightarrow 50 + 40 - 20x = 80 \Rightarrow 20x = 10 \Rightarrow \underline{x = 0,5 \text{ m} = +A}$$

'Αρα οταν $T'_A = F_A'$ τα σώματα βρίσκονται στην αμφίπλευρη θέση

$x = +A$. Για δεύτερη φορά βρίσκονται στην υρούσια θέση βρίσκονται

$$\text{τη χρονική συγκρ. } t = T + \frac{I}{4} = \frac{5I}{4} = \frac{5 \cdot 0,4 \pi}{4} \text{ sec} \Rightarrow \boxed{t = 0,5 \pi \text{ sec}}$$

