

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



Εν Δυνάμει
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Διαγώνισμα Β λυκείου Μαθηματικά 8-1-2023

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ ii) $(2\vec{a} + 3\vec{\beta})(\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ iii) $|\vec{a} - 2\vec{\beta}|$. (3 – 4 – 4 – μονάδες)

A2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, 2)$, $\vec{\beta} = (1, 5)$, $\vec{\gamma} = (4, 1)$. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ ii) $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} - \vec{\gamma})$ iii) $(|\vec{a}| |\vec{\beta}|) \cdot 2\vec{\gamma}$. (9 μονάδες)

A3. Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = |\vec{\gamma}| = 1$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} = 2$, να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} = \vec{\beta} = \vec{\gamma}$. (5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνονται τα σημεία A(-2, 2), B(8, 12), Γ(-10, 6).

- Να δείξετε ότι σχηματίζουν τρίγωνο
- Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB
- Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ
- Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΒΜ
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου

(5x3 μονάδες)

B2. Δίνονται οι εξισώσεις $(2\lambda + 2)x - \lambda y + \lambda + 7 = 0$ (1), $(\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y + \lambda + 3 = 0$ (2).

- Να αποδείξετε ότι και οι δύο εξισώσεις παριστάνουν ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό λ.
- Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε οι ευθείες, που παριστάνουν οι εξισώσεις (1) και (2), να είναι κάθετες.
- Έστω (ε) η ευθεία, που παριστάνει η εξίσωση (2) για $\lambda = 2$. Να βρείτε
 - την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι παράλληλη στην (ε)
 - την απόσταση του σημείου M(2, -4) από την ευθεία (ε)

(5x2 μονάδες)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης τότε να αποδείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 .

Γ2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α) Η εξίσωση $5x^6 + 2x^2 + x + 3 = 0$, έχει το πολύ δύο ακέραιες ρίζες.
- β) Αν η εξίσωση $\alpha x^6 + \beta x^4 + \gamma x^2 + \delta = 0, \alpha \neq 0$ έχει ρίζα το ρ , τότε θα έχει ρίζα και το $-\rho$.
- γ) Ισχύει ότι $\sin^2 > 0$.
- δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $\sqrt{1 - \sin^2 x} = \eta \mu x$.
- ε) Ο σταθερός όρος του $P(x) = (x - 1)^{11} - (x + 1)^{10} + 3$ είναι 3.

Γ3. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση g είναι άρτια ή περιττή.
- β) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δυο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της g κατά 1 μονάδα προς τα αριστερά και κατά 3 μονάδες προς τα κάτω.
- γ) Να παρασταθούν γραφικά οι συναρτήσεις g και f .
- δ) Να βρείτε την μονοτονία και τα ακρότατα των συναρτήσεων g, f .
- ε) Να δείξετε ότι η εξίσωση $g(x) = \eta \mu \theta$ είναι αδύνατη.

Μονάδες : 5 – 10 – 10

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{\eta\mu\left(\frac{43\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{17\pi}{2} + \omega\right) \cdot \epsilon\phi(2022\pi - \omega)}{\sigma\upsilon\nu\left(\omega - \frac{25\pi}{2}\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{7\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega - 2023\pi)}$$

Δ2. Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$, για το οποίο ισχύει :

$$(2x + 1) \cdot P(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3x + 1.$$

Δ3. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $2x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$

β) $\epsilon\phi 2x - \sigma\phi\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = 0$

γ) $2\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$, $x \in (0, 2\pi)$

δ) $\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x = 0$, $x \in [0, \pi]$

Μονάδες : 5 – 4 – 16