

**Διαγώνισμα Β' Λυκείου Μαθηματικά**  
**19/01/2025**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- (α) Η ευθεία  $3x + 4y - 1 = 0$  δε διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- (β) Ο συντελεστής διεύθυνσης κάθε ευθείας  $\varepsilon$  που σχηματίζει με τον άξονα των  $x$  αμβλεία γωνία είναι αρνητικός.
- (γ) Το διάνυσμα  $\vec{d} = (1, 0)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon : x = 2025$ .
- (δ) Οποιαδήποτε ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  έχει εξίσωση της μορφής  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ .
- (ε) Η εξίσωση  $(A^2 + 1)x + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία για οποιεσδήποτε τιμές των  $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ .

**A2.** Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1 : 2x + y = 5$ ,  $\varepsilon_2 : x - 2y = 5$  και  $\varepsilon_3 : y = -2$ .

- i. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  είναι κάθετες.
- ii. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  τέμνονται στο σημείο  $A(3, -1)$ .
- iii. Να σχεδιάσετε την ευθεία  $\varepsilon_3$  και το σημείο  $A(3, -1)$  σε ένα σύστημα συντεταγμένων και να υπολογίσετε την απόσταση  $d(A, \varepsilon_3)$ .

**Μονάδες 10 – 15**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω  $\varepsilon_1$  η ευθεία που είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{v} = (-2, 4)$  και διέρχεται από το σημείο  $A(10, 5)$  και  $\varepsilon_2$  η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $B(3, -1)$  και  $\Gamma(-6, 2)$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω ευθείες είναι οι  $\varepsilon_1 : y = \frac{1}{2}x$  και  $\varepsilon_2 : y = -\frac{1}{3}x$ .

Θεωρούμε τώρα τις ευθείες

$$\zeta_1 : (\lambda - 3)x + (\lambda - 4)y - 28 = 0 \quad \text{και} \quad \zeta_2 : \lambda x + (\lambda - 2)y - 12 = 0$$

οι οποίες είναι παράλληλες.

**B2.** Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 6$ .

**B3.** Να βρείτε το σημείο τομής  $K$  των ευθειών  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , το σημείο τομής  $A$  των  $\varepsilon_1, \zeta_1$  και το σημείο τομής  $M$  των  $\varepsilon_2, \zeta_1$ . Ύστερα, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $KAM$ .

**B4.** Να βρείτε τα σημεία  $N$  της ευθείας  $\zeta_2$  για τα οποία ισχύει ότι  $d(N, \varepsilon_1) = \sqrt{2} \cdot d(N, \varepsilon_2)$ .

**Μονάδες 5 – 5 – 7 – 8**



## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Να λύσετε τις εξισώσεις:

i.  $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

ii.  $\eta\mu x + \sigma\upsilon\eta x = 0$

iii.  $\frac{\sigma\upsilon\eta x \cdot \sigma\phi x}{1 - \eta\mu x} = 3$

**Δ2.** Δίνεται η παράσταση:

$$A = \eta\mu^2(5\pi - x) + \sigma\upsilon\eta(3\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\eta(4\pi - x) + 2\eta\mu^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$$

και η συνάρτηση

$$f(x) = A + B\eta\mu(\omega x), \quad x \in \mathbb{R},$$

με  $B < 0$ ,  $\omega > 0$ , η οποία έχει περίοδο  $\pi$  και μέγιστη τιμή 5.

- i. Να αποδείξετε ότι  $A = 1$ .
- ii. Να αποδείξετε ότι  $\omega = 2$ ,  $B = -4$  και να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.
- iii. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 3$  στο διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .
- iv. Να επαληθεύσετε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης του προηγούμενου ερωτήματος με κατάλληλη χρήση της γραφικής παράστασης της  $f$  και της οριζόντιας ευθείας  $\varepsilon: y = 3$ .

**Μονάδες 9 – 16**