

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



**ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f : A \rightarrow R$  καλείται 1-1;

**A2.** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.

**A3.** Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός: «Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \lambda$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda$  ή  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\lambda$  ».

Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή ή ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

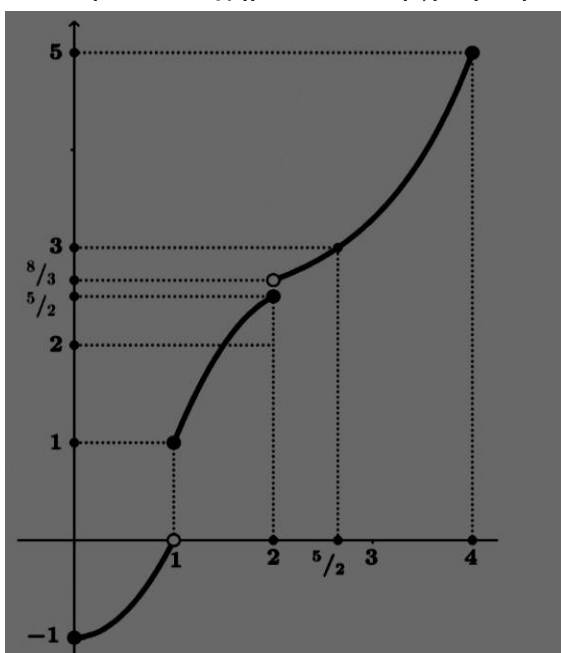
**A4.** Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίστροφων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως την ευθεία  $y = x$ .

**A5.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος

1. Κάθε συνάρτηση 1-1 είναι και γνησίως μονότονη
2. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$  τότε  $f(x) > 0$  κοντά στο  $x_0$ .
3. Αν  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = e^{-x}$  τότε  $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in R^*$ .

**ΘΕΜΑ Β**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ .



1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.
2. Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα όρια
  - α.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  .    β.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  .    γ.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  .    δ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} f(x)$ .
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f \circ f$ .
4. Να αιτιολογήσετε αν η συνάρτηση αντιστρέφεται ή όχι
5. Να βρείτε τις τιμές
  - α.  $f(f(2))$ .    β.  $f(f^{-1}(4))$ .    γ.  $f^{-1}\left(\frac{5}{2}\right)$ .
6. Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x^2 - 5x + 6) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(\sqrt{x+6} - x)}{x^2 - 6x + 9}$$

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  με τύπους  $f(x) = x^2 - x + 1$ ,  $g(x) = \sqrt{4x - 3}$ .

1. Να ορίσετε τη συνάρτηση  $h(x) = g \circ f$ .
2. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x-1|-1}{\sqrt{x+1}-1}$ .
3. Να δείξετε ότι η  $g$  αντιστρέφεται και να ορίσετε την αντίστροφή της.
4. Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ .

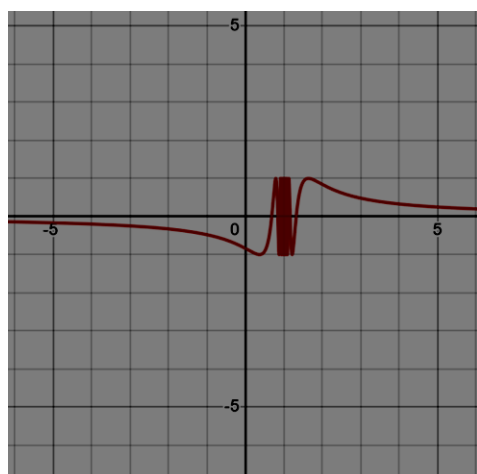
Στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση  $f(x^2 + 1) - f(|x| + 1) = 0$ .

5. Αν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{ax^2 + \beta x - 6}{f(x) + x - 2} = 4$ , να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ .

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η συνάρτηση  $h$  με τύπο  $h(x) = x^3 + \ln x - 1$ ,  $x > 0$ .

- α. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία
- β. Να δείξετε ότι έχει μοναδική ρίζα το 1 και στη συνέχεια να βρείτε το πρόσημό της.
- γ. Αν  $1 < \alpha < e < \beta$ , να βρείτε το πρόσημο του γινομένου  $h(\ln \alpha) \cdot h(\ln \beta)$ .
- δ. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $g$ , με  $A_g = \mathbb{R} - \{1\}$ . Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} (h(x) \cdot g(x))$



Δ2. Δίνεται συνάρτηση  $f$ , για την οποία ισχύει  $f^3(x) + 3x^2 f(x) = 4\eta\mu^3 x$  για κάθε  $x$  και  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lambda \in \mathbb{R}$ .

- α. Να δείξετε ότι  $\lambda = 1$ .

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
 Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
 Χολαργός , ☎ 210 65 36 551  
 www.en-dynamei.gr



β. Να υπολογίσετε τα όρια

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta\mu x)}{x}$

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(f(x))}{x}$

iii)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^2 - 2x)}{x^2 - 5x + 6}$

**ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ**

ΘΕΜΑ Α		ΘΕΜΑ Β		ΘΕΜΑ Γ		ΘΕΜΑ Δ	
A1	..... /4 μονάδες	B1	...../4 μονάδες	Γ1	...../5 μονάδες	Δ1α	...../3 μονάδες
A2	...../4 μονάδες	B2	...../4 μονάδες	Γ2	...../5 μονάδες	Δ1β	...../1-3 μονάδες
A3	...../1-3 μονάδες	B3	...../4 μονάδες	Γ3	...../5 μονάδες	Δ1γ	...../3 μονάδες
A4	...../ 7 μονάδες	B4	...../3 μονάδες	Γ4	...../5 μονάδες	Δ1δ	...../3 μονάδες
A5	...../ 6 μονάδες	B5	...../6 μονάδες	Γ5	...../5 μονάδες	Δ2α	...../3 μονάδες
		B6	...../4 μονάδες			Δ2 β	...../9 μονάδες
/25		/25		/25		/25	

ΣΥΝΟΛΟ ...../100