1.✉Ζωγράφου:Ι.Χρυσίππου1,☎210 7488030 &II.Ξηρογιάννη 10 ,☎210 7488180
2.✉Χολαργός:Φανερωμένης13,☎210 6536551
3.✉ΑγίαΠαρασκευή:Ευεργέτου Γιαβάση9,πλατείαΑγ.Παρασκευής,☎2106000031

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

30/03/2025

Θέμα Α

Α1. Να γράψετε στο τετράδιό σας, τη σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις:

i. Η ανίσωση $\alpha x + \beta \leq 0$ με $\beta > 0$ και $\alpha < 0$ έχει λύση το διάστημα:

(α) $(-\infty, \frac{\beta}{\alpha}]$ (β) $(-\infty, -\frac{\beta}{\alpha}]$ (γ) $[-\frac{\beta}{\alpha}, +\infty]$ (δ) $[\frac{\beta}{\alpha}, +\infty)$

ii. Η ανίσωση $x^2 - x + 6 \geq 0$:

α) έχει λύση τις $x_1 = 3$ και $x_2 = -2$ β) έχει λύση το $x \in R$

γ) είναι Αδύνατη δ) έχει λύση το $x \in (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$

iii. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, με α,γ ετερόσημους:

α) έχει δύο ρίζες αρνητικές β) έχει δύο ρίζες αντίστροφες

γ) έχει δύο ρίζες ετερόσημες δ) δεν έχει ρίζες

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

Α2. Να αντιστοιχίσετε στο τετράδιό σας, καθένα από τα τριώνυμα της Α΄ ομάδας με την ισοδύναμη μορφή του από τη Β΄ ομάδα:

Α΄ ΟΜΑΔΑ	
1	$x^2 + 2x - 3$
2	$x^2 - 4x + 3$
3	$-2x^2 - x + 3$
4	$-2x^2 + 5x + 3$

Β΄ ΟΜΑΔΑ	
Α	(-x+1)(-x-3)
Β	(x-3)(-2x-1)
Γ	(-2x-3)(x-1)
Δ	(x-3)(x-1)

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Α3 . Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις στο τετράδιό σας, με Σ αν είναι Σωστές ή με Λ αν είναι Λανθασμένες:

1) Η ανίσωση $\lambda^2x^2 + 4\lambda x + 5 \leq 0$, με $\lambda \neq 0$, αληθεύει για κάθε $x \in R$.
2) Το τριώνυμο $x^2 + \lambda x + \lambda - 1$, έχει ρίζες αρνητικές όταν $\lambda < 1$.
3) Ο γεωμετρικός μέσος τριών διαδοχικών όρων α, β, γ μιας γεωμετρικής προόδου, είναι ο $\beta = \pm\sqrt{\alpha\gamma}$.
4) Η ανίσωση $|x+2| \geq |x-3|$ έχει λύση το διάστημα $[\frac{1}{2}, +\infty)$.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Θέμα Β

Β1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\beta x + (\beta^2 - 4) = 0$, (1) με παράμετρο $\beta \in R$.

i. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις: $x_1 = \beta - 2$ και $x_2 = \beta + 2$.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

ii. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της (1) , να εξετάσετε αν οι αριθμοί x_1, β, x_2 με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

Β2. Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) για την οποία ισχύει ότι:

$$\alpha_1 = 19 \text{ και } \alpha_{10} - \alpha_6 = 24$$

i. Να αποδείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι ω = 6. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

ii. Να βρείτε τον α_{20} . **(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)**

iii. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου

(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)

Θέμα Γ

Γ1. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $x^2 - 4x - 5 < 0$

ii. $-x^2 + 4x + 12 < 0$

iii. $5x^2 \leq 20x$

iv. $x^4 - 10x^2 + 9 \geq 0$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 4+4+4+4=16)

Γ2. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$2 + x - x^2 > 0 \quad \text{και} \quad x^2 - x - \lambda^2 - \lambda < 0 \text{ με } \lambda > 1$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 3+3+3=9)

Θέμα Δ

Δ1. Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε η ανίσωση $(\lambda - 1)x^2 + \lambda x + 2\lambda - 3 < 0$, να αληθεύει για κάθε $x \in R$. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

Δ2. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 + (\lambda + 3)x + \lambda + 6 = 0$, $\lambda \in R$. (1)

i. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του παραπάνω τριωνύμου (1)

(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε το παραπάνω τριώνυμο (1), να έχει ρίζες πραγματικές. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

iii. Αν x_1 και x_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να βρείτε για ποιές τιμές του $\lambda \in R$ ισχύει: ${x_1}^2 + {x_2}^2 < 42$.**(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

Δ3. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2\lambda-1}{2}\mu x + 2\lambda\mu - 1 = 0$, έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\mu \in R$ και $\lambda < \frac{1}{4}$. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ